

# آمار و روش تحقیق روانشناسی

مدرس: علی زارعی

آمار توصیفی

## آمار توصیفی

**تعریف آمار:** آمار مجموعه‌ای از روش‌ها را برای جمع‌آوری و خلاصه کردن داده‌ها، طبقه‌بندی آن‌ها و روش‌های تحلیلی برای پیش‌بینی، برآورد و تصمیم‌گیری در شرایط مختلف ارائه می‌دهد.

**تعریف آمار کاربردی:** آمار کاربردی علم مستقلی است که موضوع آن را تهیه و تنظیم مفاهیم روش‌ها و الگوهای ریاضی مورد نیاز تشکیل می‌دهد. همچنین طرح مسئله جمع‌آوری داده‌های آماری، پردازش و استخراج آن‌ها، به منظور تعبیر و استنتاج علمی و عملی.

**تعریف داده‌ها:** داده‌ها واقعیت‌ها یا ارقامی هستند که می‌توان از آن‌ها نتایجی را بیرون کشید، در واقع داده‌ها مواد خام آماری هستند و داده‌هایی که برای مطالعه خاصی گردآوری شود مجموعه‌ی داده‌ها می‌نامیم.

**تعریف مورد:** اطلاعات مربوط به تمام متغیرها برای یک عنصر از مجموعه‌ی داده‌ها را یک مورد می‌نامیم.

**تعریف عنصر:** مجموعه‌ی داده‌ها، داده‌هایی درباره‌ی گردایه‌ای از عناصر فراهم می‌کند، و برای هر عنصر اطلاعات مربوط به یک یا چند مشخصه موردنظر را در بر دارد.

**مشاهده:** داده‌ی مربوط به یک عنصر از مجموعه داده‌ها درباره‌ی یک متغیر را یک مشاهده یا یک برآمد می‌نامند.

**متغیر:** مشخصه‌ی مربوط به یک عنصر، که می‌تواند برآمدهای مختلف را قبول می‌کند را متغیر می‌نامند (چیزی است که تغییر می‌کند) که بر دو نوع است.

۱- متغیر کیفی: وقتی برآمدها به صورت غیرعدد بیان شود متغیر کیفی می‌گوییم مانند گروه خونی و مهارت.

۲- متغیر کمی: وقتی برآمدها به صورت عددی بیان شود متغیر کمی می‌گوییم، که بر دو نوع است: پیوسته و گسسته است.

**جامعه آماری:** به همهی افراد یا اشیایی که حداقل در یک خاصیت باهم مشترک باشند جامعه‌ی آماری می‌گویند و خاصیت یا خواصی که بین اعضای جامعه مشترک هستند صفت مشخصه نامیده می‌شوند. هر یک از اعضای جامعه را واحد جامعه یا فرد جامعه گویند و تعداد واحدهای تشکیل‌دهنده‌ی جامعه را حجم جامعه گویند و با حرف  $N$  نشان می‌دهیم اگر تعداد عناصر جامعه متناهی باشد جامعه را متناهی و در غیر این صورت جامعه را نامتناهی گویند.

**نمونه:** نمونه بخشی از جامعه تحت بررسی است به طوری که بتوان از آن نتایجی در مورد جامعه استخراج کرد و تعداد عناصر نمونه را اندازه‌ی نمونه گوییم و با  $n$  نشان می‌دهیم.

## انواع مقیاسها

**۱- مقیاس اسمی:** در اندازه‌گیری به طریق مقیاس اسمی از اعداد به منظور جدا کردن نمودها یا عناصر طبقات مختلف استفاده می‌شود اعدادی که به نتایج مشاهدات نسبت داده می‌شود در این اندازه‌گیری اعدادی که به عناصر نسبت داده می‌شود هیچ معنای کمی ندارند و نمی‌توان بر روی



آن‌ها هیچ‌گونه محاسباتی ریاضی انجام داد. مثلاً به هر یک از مردها عدد ۱ و به هر یک از زن‌ها عدد ۲ را نسبت می‌دهیم. در این مقیاس فاصله و نسبت معنا ندارد.

**۲- مقیاس ترتیبی یا مقیاس رتبه:** در اندازه‌گیری با مقیاس ترتیبی از اعداد برای مقایسه عناصر از نظر کوچکتر یا بزرگتر یا برابر بودن استفاده می‌شود که براساس نتایج این مقایسه‌ها نیز عناصر جامعه طبقه‌بندی می‌شود. در این مقیاس فاصله و نسبت معنی ندارد.

**۳- مقیاس فاصله‌ای:** در اندازه‌گیری به شیوه‌ی مقیاس فاصله‌ای عناصر مورد اندازه‌گیری نه تنها از نظر ترتیب اندازه می‌توانند مقایسه شوند، بلکه بر حسب طول فاصله‌ها بین اندازه‌های عناصر نیز می‌توانند مقایسه و طبقه‌بندی گردند. در این مقیاس نیاز به وجود نقطه‌ی صفر یا واحد فاصله نیاز می‌باشد. در مواردی مانند هوش، حافظه، درجه حرارت و ... به کار می‌رود.

**۴- مقیاس نسبی:** این مقیاس زمانی که اعداد به دست آمده از اندازه‌گیری، از نظر ترتیب و فاصله بین دو مقدار دارای اهمیت هستند به کار می‌رود و هم وقتی که نسبت دو عدد به دست آمده از اندازه‌گیری‌ها دارای اهمیت باشد. این مقیاس برای امور کمی مانند وزن، طول، سطح، مقدار حرارت و ... به کار می‌رود و می‌توان چهار عمل اصلی را بر روی آن انجام داد.

| مقیاس                  | ویژگی                                                                  | عملیات مجاز آماری                                                                            | عملیات مجاز ریاضی                                   | مثال                          |
|------------------------|------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-------------------------------|
| اسمی<br>گسسته است      | گروه بندی افراد به طور یکسان ، نشان میدهد که دو یا چند مختلف وجود دارد | شمارش فراوانی-نما(مد)                                                                        | هیچ یک از چهار عمل اصلی                             | جنسیت                         |
| ترتیبی<br>گسسته است    | طبقات اندازه گیری شده میتوانند دارای ترتیب خاصی باشند                  | شمارش فراوانی-نما-<br>میانه- درصد-ضریب<br>همبستگی رتبه ای<br>اسپیرمن                         | هیچ یک از چهار عمل اصلی                             | طبقه اجتماعی و اقتصادی        |
| فاصله ای<br>پیوسته است | اندازه گیری منظم و با برقراری فاصله مساوی در مقیاس انجام میشود         | فراوانی-نما-میانه-<br>میانگین-درصد-ضریب<br>همبستگی رتبه ای-<br>ضریب همبستگی<br>گشتاوری پیرسن | جمع و تفریق مجاز<br>است<br>ضرب و تقسیم مجاز<br>نیست | عملکرد در آزمون پیشرفت تحصیلی |
| نسبی<br>پیوسته است     | دارای صفر مطلق و فاصله مساوی عددی در مقیاس است                         | کلیه عملیاتهای آماری                                                                         | کلیه عملیات                                         | قد-سن- وزن                    |

۳۷- در سرشماری یکی از سؤالات این بوده است که «مردم به چه زبانی صحبت می کنند؟» نتایج حاصل از این سؤال در چه مقیاس اندازه گیری جای دارد؟

(۲) رتبه ای

(۱) اسمی

(۴) نسبی

(۳) فاصله ای

**گزینه ۱ صحیح است**

**آمار توصیفی:** شامل روش هایی است برای خلاصه کردن و رتبه بندی داده های موجود در مجموعه ای از داده ها محاسبه ی مشخصات عددی این مجموعه و نمایش داده ها در قالب نمودارها و شکل های مختلف به کار می رود.

**آمار استنباطی:** آمار استنباطی شامل روش هایی است که با استفاده از آن ها اطلاعات موجود در نمونه را به کل جامعه تعمیم می دهیم.  
مراحل انجام آمار استنباطی:

۱- شناسایی دقیق و روشن مسأله مورد نظر و جامعه ی وابسته به این مسأله است.

۲- جمع آوری داده ها که اغلب نمونه گیری صورت می گیرد برای کاهش هزینه ها

۳- تجزیه و تحلیل اطلاعات نمونه شامل رده‌بندی و خلاصه‌کردن مجموعه‌ی داده‌ها و رسم نمودارها و شکل‌ها

۴- استفاده از اطلاعات موجود در نمونه و تعمیم آن به جامعه

۵- ارائه پاسخی برای این سوال است که استنباط انجام شده چقدر مورد اطمینان است که قالب معیار عددی بیان می‌گردد.

پردازش داده‌های آماری: پردازش نتایج مشاهدات منظم کردن، طبقه‌بندی، تشکیل جداول، محاسبه سرجمع‌ها و مشخصه‌های عددی است.

**فراوانی مطلق:** تعداد عناصر را در هر گروه فراوانی مطلق گویند و با  $f_i$  نشان می‌دهیم که در این

$$\text{صورت } \sum_{i=1}^k f_i = N \text{ است.}$$

**توزیع صفت متغیر:** چگونگی تغییرات فراوانی‌ها را بر حسب تغییرپذیری صفت متغیر را منعکس می‌نماید.



## توزیع فراوانی:

وقتی مجموعه‌ی داده‌ها از تعداد زیادی تشکیل شده باشند داده‌ها را به نحوی طبقه‌بندی کرده و بر حسب فراوانی‌ها در جدولی تنظیم می‌کنیم این جدول را جدول توزیع فراوانی می‌نامند.

**تعریف فراوانی نسبی:** فراوانی نسبی گروه  $i$ ام در جدول توزیع فراوانی‌ها سهم رده از مقادیر صفت متغیر را در کل جامعه نشان می‌دهد و از تقسیم فراوانی مطلق طبقه  $i$ ام به تعداد کل به دست می‌آید.

$$p_i = \frac{f_i}{N} \text{ فراوانی نسبی} \quad \text{و} \quad \%p_i = \frac{f_i}{N} \times 100 \text{ درصد فراوانی نسبی}$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{N} = 1 \Rightarrow \sum p_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{N} \times 100 = 100 \Rightarrow \sum \%p_i = 100$$

**مثال :** در جدول زیر فراوانی نسبی و درصد فراوانی نسبی را بدست آورید

| $x_i$ | مقدار متغیر | فراوانی $f_i$ | $p_i = \frac{f_i}{N}$<br>فراوانی نسبی | $\%p_i = \frac{f_i}{N} \times 100$<br>درصد فراوانی نسبی |
|-------|-------------|---------------|---------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| ۵     |             | ۳             | $\frac{3}{25} = 0/12$                 | $\frac{3}{25} * 100 = 12$                               |
| ۸     |             | ۷             | $\frac{7}{25} = 0/28$                 | $\frac{7}{25} * 100 = 28$                               |
| ۱۲    |             | ۶             | $\frac{6}{25} = 0/24$                 | $\frac{6}{25} * 100 = 24$                               |
| ۱۵    |             | ۵             | $\frac{5}{25} = 0/2$                  | $\frac{5}{25} * 100 = 20$                               |
| ۱۸    |             | ۳             | $\frac{3}{25} = 0/12$                 | $\frac{3}{25} * 100 = 12$                               |
| ۲۰    |             | ۱             | $\frac{1}{25} = 0/04$                 | $\frac{1}{25} * 100 = 4$                                |
|       |             | $n=25$        | $\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{N} = 1$      | $\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{N} \times 100 = 100$           |

**فراوانی تجمعی:** فراوانی تجمعی هر گروه از صفت متغیر در جدول توزیع فراوانی برابر است با مجموع فراوانی مطلق همان گروه با فراوانی‌های مطلق گروه‌های ماقبل که با  $cf_i$  نشان می‌دهیم و نسبت فراوانی تجمعی هر طبقه به تعداد کل را فراوانی تجمعی نسبی گویند.

$$cF_i = \frac{cf_i}{N} \times 100 \quad \text{درصد فراوانی تجمعی نسبی}$$

$$cF_i = \frac{f_{ci}}{N} \quad \text{فراوانی تجمعی نسبی}$$

| مقدار متغیر | فراوانی<br>$f_i$ | فراوانی تجمعی<br>$cf_i$ | $cF_i = \frac{f_{ci}}{N}$ | $\%cF_i = \frac{cf_i}{N} \times 100$ |
|-------------|------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| ۵           | ۳                | ۳                       | $\frac{3}{25} = 0.12$     | $\frac{3}{25} * 100 = 12$            |
| ۸           | ۷                | ۱۰                      | $\frac{10}{25} = 0.4$     | $\frac{10}{25} * 100 = 40$           |
| ۱۲          | ۶                | ۱۶                      | $\frac{16}{25} = 0.64$    | $\frac{16}{25} * 100 = 64$           |
| ۱۵          | ۵                | ۲۱                      | $\frac{21}{25} = 0.84$    | $\frac{21}{25} * 100 = 84$           |
| ۱۸          | ۳                | ۲۴                      | $\frac{24}{25} = 0.96$    | $\frac{24}{25} * 100 = 96$           |
| ۲۰          | ۱                | توجه $n=25$             | توجه $1 = \frac{25}{25}$  | توجه $100 = \frac{25}{25} * 100$     |
|             | $n=25$           |                         |                           |                                      |

ارشد ۹۸

۳۶- در جدول توزیع فراوانی طبقه‌بندی شده زیر، درصد فراوانی ( $f$ ٪) نمرات یک نمونه ۶۰ نفری ارائه شده است. فراوانی ( $f$ ) طبقه ۱۶-۱۸، کدام است؟

|              |       |       |       |       |       |        |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| طبقات        | ۱۰-۱۲ | ۱۳-۱۵ | ۱۶-۱۸ | ۱۹-۲۱ | ۲۲-۲۴ | ۱۲ (۱) |
| درصد فراوانی | ۲۰    | ۱۵    | —     | ۱۷    | ۲۸    | ۱۶ (۲) |
|              |       |       |       |       |       | ۱۷ (۳) |
|              |       |       |       |       |       | ۲۰ (۴) |

جواب

$$\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{N} \times 100 = 100 \Rightarrow \sum \%p_i = 100 \Rightarrow 20 + 15 + x + 17 + 28 = 100 \Rightarrow x = 100 - 80 = 20$$

$$12 = 60 * 20\%$$

گزینه صحیح است



**تعریف چارک اول:** مقداری که ۲۵ درصد داده‌ها از آن کمتر یا مساوی باشد و با  $Q_1$  نشان می‌دهیم که همان صدک ۲۵ ام است. ( $p_{25} = Q_1$ )

**تعریف چارک دوم:** مقداری که ۵۰ درصد داده‌ها از آن کمتر یا مساوی باشد و با  $Q_2$  نشان می‌دهیم که همان صدک پنجاهام یا میانه است. ( $P_{50} = Q_2 = Md$ )

**تعریف چارک سوم:** مقداری که ۷۵ درصد داده‌ها از آن کمتر یا مساوی باشد و با  $Q_3$  نشان می‌دهیم که همان صدک ۷۵ ام است. ( $P_{75} = Q_3$ )

**مثال:** برای اعداد ۱۰ و ۱۲ و ۵ و ۷ و ۱۶ و ۱۹ و ۱۳ و ۱۱ و ۱۵ و ۱ و ۱۴ و ۶ و ۸ مقادیر میانه و چارک اول . چارک سوم را بدست آورده و بر اساس آنها نمودار جعبه را رسم کنید.

ابتدا اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم

1-5-6-7-8-10-11-12-13-14-15-16-19

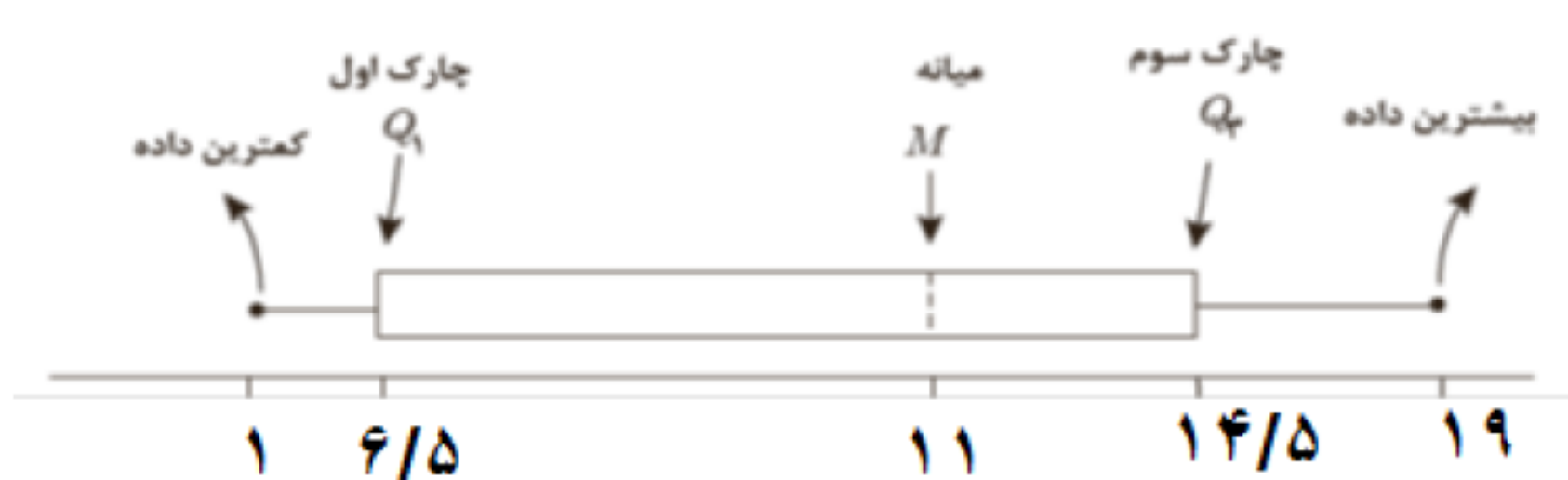
چون تعداد داده ها فرد است عدد وسط میانه است یعنی  $M=11$

$$Q_1 = \frac{6+7}{2} = 6.5$$

حال چارک اول میانه سمت راست است

$$Q_3 = \frac{14+15}{2} = 14.5$$

و چارک سوم میانه سمت راست است



## مراحل تشکیل جدول توزیع فراوانی‌های فاصله‌ای

۱- دامنه تغییرات را به دست می‌آوریم. (R)

$$R = X_{\max} - X_{\min} + 1$$

$X_{\max}$  : بزرگترین داده و  $X_{\min}$  : کوچکترین داده و R : دامنه تغییرات که فقط به بزرگترین و کوچکترین عدد وابسته است.

۲- تعداد طبقات را به دست می‌آوریم. (K)

$$k = 1 + 3.32 \log N$$

۳- فاصله طبقات را به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{R}{K}$$

## ارشد ۹۷

۳۲- در صورتی که ۲۰ نمره به بزرگ‌ترین عدد یک توزیع اضافه شود، کدام یک از شاخص‌های پراکندگی به ترتیب دچار کمترین تغییر و بیشترین تغییر می‌شوند؟

(۲) دامنه میان چارکی - دامنه تغییرات

(۴) دامنه تغییرات - ضریب تغییرات

(۱) انحراف متوسط - واریانس

(۳) واریانس - انحراف استاندارد

گزینه ۲ درست است

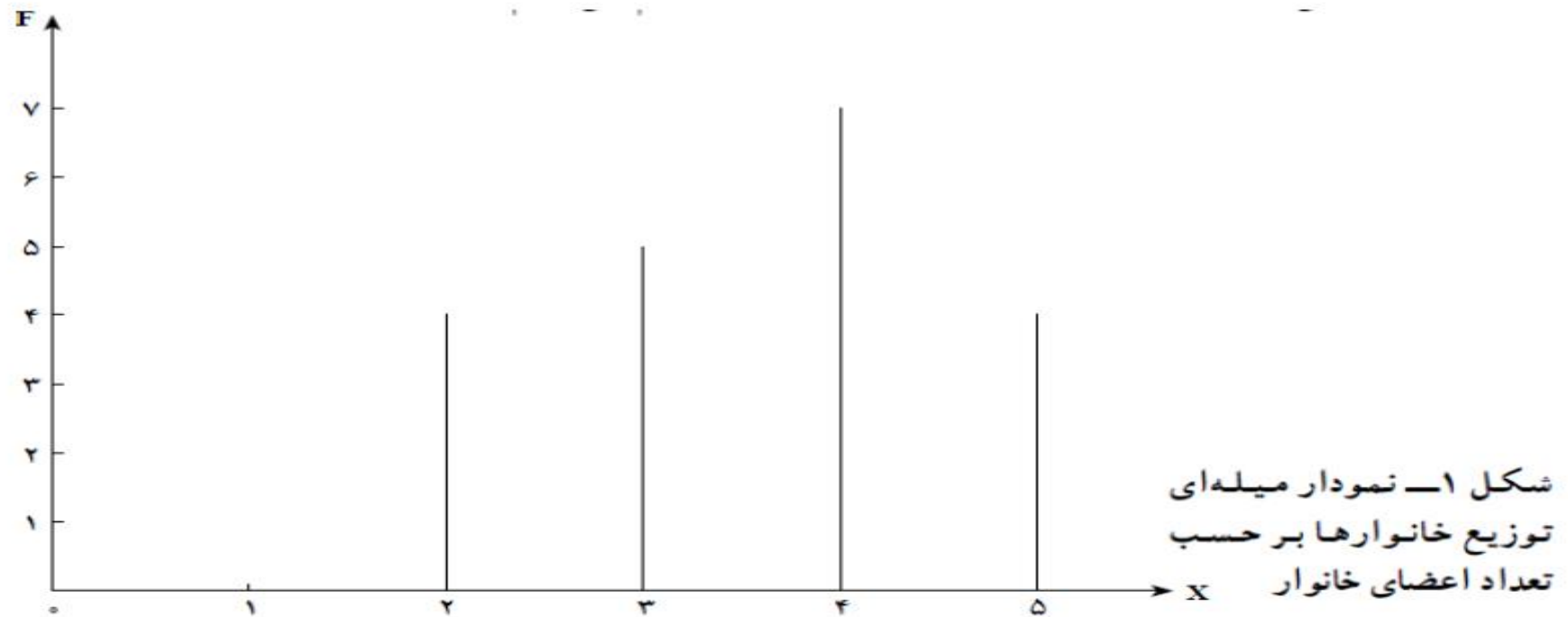
**تعریف چگالی فراوانی:** نسبت فراوانی گروه  $i$ ام به فاصله همان گروه چگالی فراوانی گروه  $i$ ام گویند.

$$Jf_i = \frac{f_i}{I_i}$$

### نمودارهای آماری

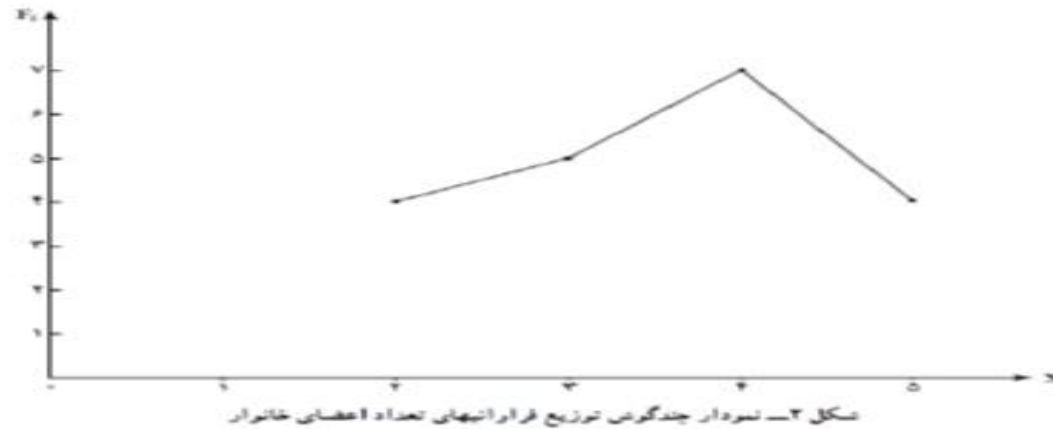
۱- نمودار میله‌ای: در این نمودار محورهای افقی مقدار متغیر  $X_i$  و در محور  $Y$ ها فراوانی مطلق  $f_i$  را قرار می‌دهیم و زوج‌ها را به صورت یک میله نمایش می‌دهیم.

| سن $X$             | ۱۹ | ۲۰ | ۲۲ | ۲۵ | ۲۶ | ۳۱ | ۳۴ | ۳۷ | —  |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| فراوانی مطلق $F_i$ | ۷  | ۶  | ۹  | ۱۰ | ۱۵ | ۱۲ | ۸  | ۱۳ | ۸۰ |





۲- نمودار چندضلعی (چند گوش): در این نمودار کافی است نقاط به دست آمده از زوج‌های  $(x_i, f_i)$  را به هم وصل کنیم نمودار از چند گوش به دست می‌آید.



۳- نمودار هیستوگرام (بافت نگار): در این نمودار در محور افقی طول واقعی رده و در محور  $y$ ها فراوانی مطلق یا فراوانی نسبی یا چگالی فراوانی نسبی را قرار می‌دهیم در صورتی که در محور عمودی فراوانی مطلق را قرار دهیم مساحت زیر نمودار برابر  $N$  می‌شود و در صورتی که چگالی فراوانی نسبی یا در صورت برابر بودن طول رده‌ها فراوانی نسبی را قرار دهیم مساحت زیر نمودار برابر ۱ می‌شود و در کلیه‌ی استانداردها مساحت زیر نمودار برابر است در صورتی که نقطه‌های وسط قاعده‌های بالایی مستطیل‌های به دست آمده را به هم وصل کنیم نمودار چندضلعی (چند بر) به دست می‌آید.

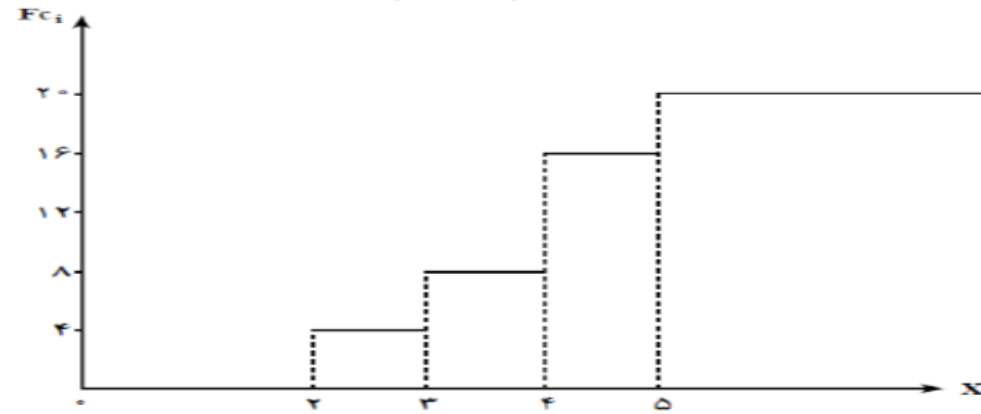
۴- نمودار دایره‌ای یا کلوچه‌ای: برای نشان دادن نسبت گروه‌های مختلف در جامعه استفاده می‌شود که گروه‌های مختلف با قطاع‌ها مختلف نشان داده می‌شود که نسبت مساحت هر قطاع به سطح دایره نشان‌دهنده نسبت آن گروه در جامعه است.

$$X_i : \text{زاویه ی قطاع} \quad \alpha_i = 360 \times (\text{فراوانی نسبی}) \quad \text{یا} \quad \alpha_i = \frac{360 \times f_i}{n}$$

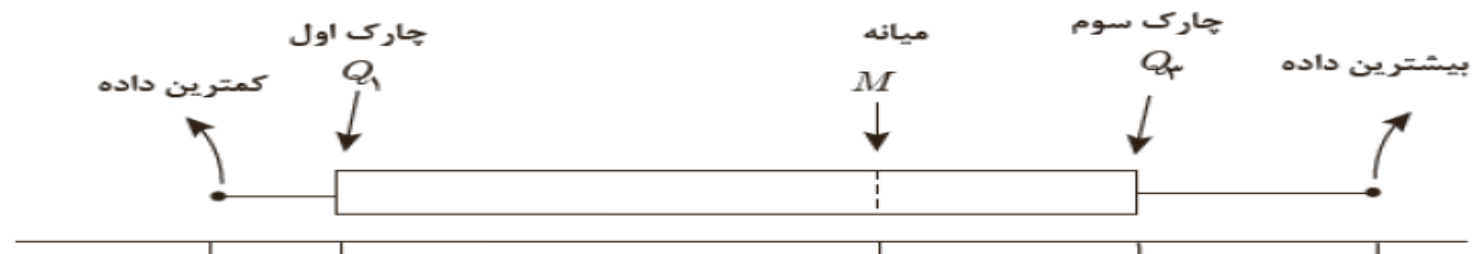
مثال : در جدول زیر زاویه مربوط به هر متغیر را محاسبه کنید.

| مقدار متغیر $x_i$ | فراوانی $f_i$ | $\alpha_i = \frac{360 \times f_i}{n}$      |
|-------------------|---------------|--------------------------------------------|
| ۵                 | ۳             | $\alpha_1 = \frac{360 \times 3}{18} = 60$  |
| ۸                 | ۴             | $\alpha_2 = \frac{360 \times 4}{18} = 80$  |
| ۱۲                | ۸             | $\alpha_3 = \frac{360 \times 8}{18} = 160$ |
| ۱۵                | ۲             | $\alpha_4 = \frac{360 \times 2}{18} = 40$  |
| ۱۸                | ۱             | $\alpha_5 = \frac{360 \times 1}{18} = 20$  |
|                   | $n=18$        |                                            |
|                   |               |                                            |

۵- نمودار اجایو: اگر در محور  $X$  ها طول رده و در محور  $Y$  ها فراوانی تجمعی یا فراوانی نسبی را قرار دهیم و با خطوط شکسته نقاط را به هم وصل کنیم نمودار اجایو به دست می‌آید.



نمودار جعبه ای



ارشد ۹۶

در نمودار جعبه‌ای، طول جعبه بیانگر چه شاخصی است؟

- (۲) دامنه تغییرات
- (۴) دامنه بین چارک اول و سوم

(۱) انحراف معیار

(۳) کجی

گزینه ۴ صحیح است

**نکته :** در نمودار جعبه ای داده ای که خارج از محدوده زیر باشد داده پرت در نظر گرفته می شود

$$Q_3 + 1/5(Q_3 - Q_1) > x > Q_1 - 1/5(Q_3 - Q_1)$$

ارشد ۱۳۹۹

۴۶- در نمودار جعبه ای (box plot) کدام ملاک برای تشخیص داده پرت در نظر گرفته می شود؟

$$Q_3 + 1/5(Q_3 - Q_1) < x < Q_1 - 1/5(Q_3 - Q_1) \quad (1)$$

$$Q_3 + 2(Q_3 - Q_1) < x < Q_1 - 1/5(Q_3 - Q_1) \quad (2)$$

$$Q_3 + 2S_x \leq x < Q_1 - 2S_x \quad (3)$$

$$Q_3 + 1/96S_x < x < Q_1 - 1/96S_x \quad (4)$$

جهت نامساوی اصلاح شود

$$Q_3 + 1/5(Q_3 - Q_1) > x > Q_1 - 1/5(Q_3 - Q_1)$$

گزینه ۱ صحیح است



## نمودار ساقه و برگ (تنه و شاخه):

نمودار ساقه و برگ شبیه نمودار هیستوگرام است که برای داده های کمی بکار می رود تا به تصویر سازی برای شکل توزیع احتمال کمک می کند

یک نمودار ساقه و برگ ساده شامل دو ستون که با استفاده از یک خط عمومی جدا شده اند می شود. ستون سمت چپ ساقه ها و ستون سمت راست برگ ها را در بر می گیرد.

ابتدا داده های حاصل از مشاهده را از کم به زیاد مرتب می کنند. برای نمونه داده های زیر مرتب شده اند

سپس باید تصمیم گرفت که کدام بخش از اعداد را ساقه و کدام بخش را برگ در نظر بگیریم. معمولاً

آخرین رقم هر عدد را برگ، و همه رقم های باقی مانده را ساقه در نظر می گیرند. اگر داده ها عددهای

خیلی بزرگی باشند ممکن است آن ها را تا حد معینی (مثلاً تا صدگان) گرد کنند. در نمونه بالا برگ ها

را رقم یکان و ساقه را رقم دهگان در نظر می گیرم. در هنگام رسم، ساقه ها را (بدون پرش از روی

عددها) در ستونشان می نویسیم و سپس برگ ها را در برابر ساقه خودشان و به ترتیب از کم به زیاد قرار

می دهیم.

نمودارهای ساقه و برگ برای نمایش چگالی نسبی و شکل داده‌ها مفید هستند و به خواننده یک دید سریع از توزیع می‌دهند. این نمودارهای بیشتر داده‌های عددی خام را حفظ می‌کنند. همچنین برای نمایش دادن داده پرت و یافتن مد کاربرد دارند.

به عنوان مثال نمودار شاخ و برگ اعداد زیر

۴۲ ۴۵ ۴۸ ۴۸ ۴۹ ۵۱ ۶۱ ۶۵ ۶۶ ۶۸ ۶۸ ۷۳ ۷۳ ۷۷ ۷۹ ۸۲ ۸۶ ۸۷ ۱۰۲

به صورت زیر است

|    |  |   |   |   |   |   |
|----|--|---|---|---|---|---|
| ۴  |  | ۲ | ۵ | ۸ | ۸ | ۹ |
| ۵  |  | ۱ |   |   |   |   |
| ۶  |  | ۱ | ۵ | ۶ | ۸ | ۸ |
| ۷  |  | ۳ | ۳ | ۷ | ۹ |   |
| ۸  |  | ۲ | ۶ | ۷ |   |   |
| ۹  |  |   |   |   |   |   |
| ۱۰ |  | ۲ |   |   |   |   |

۳۹- در نمودار ساقه و برگ (تنه و شاخه) زیر، مُد (mod) داده‌ها، کدام است؟

|   |          |
|---|----------|
| ۰ | ۴۴۷۷۹    |
| ۱ | ۲۲۶۶۷۸   |
| ۲ | ۰۰۱۲۴۸۹۹ |
| ۳ | ۴۴۵۵۵۷   |
| ۴ | ۴۵۷      |

۴ (۱)

۷ (۲)

۲۰ (۳)

۳۵ (۴)

گزینه ۴ صحیح است

پارامترهای مرکزی

پارامترهای مرکزی عبارتند از؛ ۱- میانگین ۲- میانه و چندکها ۳- مد (نما)

۱- میانگین حسابی: حاصل جمع متغیرهای  $X_1, X_2, \dots, X_n$  تقسیم بر تعداد آن‌ها را میانگین حسابی گویند.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad \text{میانگین جامعه}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{میانگین نمونه}$$

مثال: میانگین داده‌های  $X_1 = 4, X_2 = 6, X_3 = 10, X_4 = 20$  را به دست آورید.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{4+6+10+20}{4} = 10$$

چه زمان تساوی  $\sum_{i=1}^n x_i = (n)(A)$  برقرار است؟

(۱) توزیع دارای کجی نباشد.

(۲)  $A = \bar{X}$  باشد.

(۳) تعداد افراد نمونه بزرگ باشد.

(۴)  $A = Md$  باشد.

$$\left. \begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i = (n) \times (\bar{X}) \\ \sum_{i=1}^n x_i &= (n) \times (A) \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \bar{X}$$

گزینه ۳ صحیح است



دکتری ۹۹

میانگین توزیع ۳۰۸، ۳۱۰، X، ۳۰۷، ۳۰۴، ۳۰۸ برابر با ۳۰۷ است. عدد X کدام است؟

(۱) ۳۰۴

(۲) ۳۰۵

(۳) ۳۰۶

(۴) ۳۰۷

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \Rightarrow 307 = \frac{308 + 304 + 307 + X + 310 + 308}{6} \Rightarrow 6 \times 307 = 1537 + X \Rightarrow 1842 = 1537 + X \Rightarrow$$

$$X = 1842 - 1537 = 305$$

گزینه ۲ صحیح است

۲- میانه: مقدار صفتی است که حداقل از ۵٪ داده‌ها بزرگتر یا مساوی باشد و با  $M_d$  نشان می‌دهیم. برای به دست آوردن میانه ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم که دو حالت امکان دارد رخ دهد.

الف) تعداد داده‌ها فرد باشد: در این صورت عدد وسط برابر میانه است.

مثال: میانه اعداد ۲ و ۳ و ۱ و ۶ و ۸ را به دست آورید.

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.  $1, 2, \boxed{3}, 6, 8 \Rightarrow M_d = 3$

ب) تعداد داده‌ها زوج باشد: در این صورت پس از مرتب کردن دو عدد وسط را جمع کرده و بخش بر ۲ می‌کنیم.

مثال: میانه اعداد ۲ و ۱۰ و ۷ و ۶ و ۴ و ۸ را به دست آورید.

۲, ۴, ۶, ۷, ۸, ۱۰

$$M_d = \frac{6+7}{2} = 6.5$$

## دکتری ۹۸

اگر میانۀ داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  مساوی ۴ باشد، آنگاه میانۀ داده‌های  $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_n - 1$  کدام است؟

۷ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۶ (۴)

$$2x_i - 1 = 2m_d - 1 = 2 \times 4 - 1 = 7$$

گزینه ۱ صحیح است

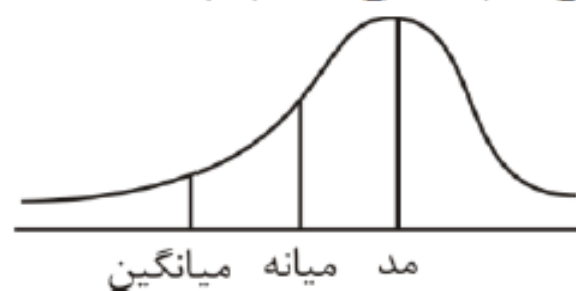
**مد یا نما :** داده ای که بیشترین تکرار را داشته باشد مد یا نما گویند

**مثال :** مد را برای اعداد ۱۰-۳-۹-۳-۲-۳-۶-۳-۹-۷-۷-۳-۲ را بدست آورید.

چون عدد ۳ بیشترین تکرار را دارد مد=۳ است

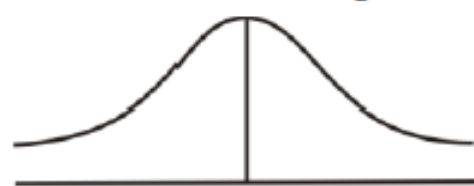
**نکته:** بستگی به نوع توزیع فراوانی جامعه ۳ حالت امکان دارد برای پارامتر مرکزی رخ دهد.

(ج) چولگی به چپ



$$\bar{x} < m_d < m.$$

(ب) نرمال



$$\text{میانگین} = \text{میانه} = \text{مد}$$

$$\bar{x} = m. = m_d$$

(الف) چولگی (کجی) به راست



$$m. < m_d < \bar{x}$$

**نکته:** اگر داده ها دارای چولگی یا کجی باشند میانه پارامترگرایش مرکز مناسبی است

ارشد علوم تربیتی ۹۵

۳۵- در توزیعی  $\bar{X} = 30$  و  $S^2 = 36$  است. در صورتی که کجی توزیع برابر با ۲ باشد ( $Sk = 2$ )، نمای توزیع کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۱۲

(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

گزینه ۳ صحیح است



## ارشد ۹۶

۳۹- آموزش‌گری دریافت که نمرات آزمون آمار، یک کجی منفی قابل توجهی را نشان می‌دهد. کدام اندازه‌گیری مرکزی برای این داده‌ها مناسب است؟

- (۱) مد
- (۲) میانگین
- (۳) میانه
- (۴) چارک متوسط

گزینه ۳ صحیح است

نکته: در صورتی که توزیع قرینه نباشد و انحراف زیادی از حالت توزیع نرمال نداشته باشد

رابطه‌ی  $\bar{X} - Mo = 3(\bar{X} - Md)$  برقرار است.

علوم تربیتی ۹۴

کدام مورد، درست است؟

- (۱) ثبات میانه از میانگین و نما کمتر است.
- (۲) ثبات میانه از میانگین کمتر ولی از نما بیشتر است.
- (۳) ثبات نما از میانگین کمتر ولی از میانه بیشتر است.
- (۴) ثبات میانه از میانگین بیشتر ولی از نما کمتر است.

گزینه ۲ صحیح است

## معیارهای پراکندگی:

۱- دامنه‌ی تغییرات (دامنه مقادیر)

۲- صدکها و چارکها و دهکها

۳- واریانس و انحراف معیار

۴- میانگین قدرمطلق انحرافها

**۱- دامنه مقادیر:** اختلاف بیشترین مقدار و کوچکترین مقدار را دامنه مقادیر گویند.

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

**۲- صدک P<sup>ام</sup>:** مقداری که درصد داده‌ها از آن کمتر باشد را صدک ام گویند

**تعریف چارک اول:** مقداری که ۲۵ درصد داده‌ها از آن کمتر یا مساوی باشد و با  $Q_1$  نشان می‌دهیم که همان صدک ۲۵ ام است. ( $p_{25} = Q_1$ )

**تعریف چارک دوم:** مقداری که ۵۰ درصد داده‌ها از آن کمتر یا مساوی باشد و با  $Q_2$  نشان می‌دهیم که همان صدک پنجاهام یا میانه است. ( $P_{50} = Q_2 = Md$ )

**تعریف چارک سوم:** مقداری که ۷۵ درصد داده‌ها از آن کمتر یا مساوی باشد و با  $Q_3$  نشان می‌دهیم که همان صدک ۷۵ ام است. ( $P_{75} = Q_3$ )

**نکته:** برای محاسبات دهک‌ها مانند صدک‌ها عمل می‌کنیم. یعنی عدد دهک را ده برابر کرده و شماره صدک تعیین می‌شود و براساس آن محاسبات را انجام می‌دهیم یعنی دهک چهارم برابر صدک چهلم است. ( $D_4 = H_{40}$ )

**محاسبه چارک‌ها**

$$Q_1 = L + \frac{\frac{n}{4} - Cf}{F} \times I$$

$$Q_2 = Md = L + \frac{\frac{n}{2} - Cf}{F} \times I$$

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3n}{4} - Cf}{F} \times I$$

میان چارکی: متوسط چارک اول و سوم را میان چارکی می گویند.

Q: انحراف چارکی

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$Q' = \frac{Q_3 + Q_1}{2} \text{ میان چارکی شاخص تمرکز}$$

$$Q_3 - Q_1 = \text{دامنه تغییر بین چارکها}$$

نکته: (۱) کجی راست (۲) متقارن (۳) کجی چپ

$$1) Q_3 - Q_2 > Q_2 - Q_1$$

$$2) Q_3 - Q_2 = Q_2 - Q_1$$

$$3) Q_3 - Q_2 < Q_2 - Q_1$$



## دکتری ۹۸

اگر بزرگ‌ترین عدد توزیع فراوانی در عدد ۵ ضرب شود و اعداد تکراری نداشته باشیم، کدام شاخص پراکندگی توزیع تغییر نمی‌کند؟

(۲) دامنه تغییرات (R)

(۱) انحراف معیار (S)

(۴) دامنه میان چارکی (IQR)

(۳) واریانس ( $S^2$ )

**گزینه ۴ صحیح است** چون دامنه چارکی از رابطه  $(Q_3 - Q_1 = \text{دامنه چارکی})$  بدست می‌آید  
**میانگین حسابی:** مجموع داده‌ها بخش بر تعداد آن‌ها را میانگین حسابی گویند.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

میانگین نمونه

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N}$$

میانگین جامعه

**تعریف واریانس جامعه:** مجموع مجذورات انحراف‌ها از میانگین جامعه تقسیم بر تعداد جامعه را واریانس جامعه گویند و با حرف  $\sigma^2$  نشان می‌دهیم. و از روابط زیر به دست می‌آید.

$$\sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{N} \quad \text{یا} \quad \sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - N\mu^2}{N} \quad \text{یا} \quad \sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{N}}{N}$$

**تعریف واریانس نمونه:** مجموع مجذورات انحراف‌ها از میانگین نمونه تقسیم بر  $n-1$  را واریانس نمونه گویند و با حرف  $S^2$  نشان می‌دهیم و از روابط زیر به دست می‌آید.

$$S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \text{یا} \quad S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1} \quad \text{یا} \quad S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1}$$

**تعریف انحراف معیار:** جذر واریانس را انحراف معیار گویند.

$$S_X = \sqrt{S_X^2} \quad \text{انحراف معیار نمونه} \quad \sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} \quad \text{انحراف معیار جامعه}$$

**مثال:** میانگین، واریانس و انحراف معیار نمونه ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۱۰ را به دست آورید.

| $x_i$       | $x_i - \bar{x}$ | $(x_i - \bar{x})^2$ |
|-------------|-----------------|---------------------|
| ۲           | $۲ - ۶ = -۴$    | $-۴^2 = ۱۶$         |
| ۴           | $۴ - ۶ = -۲$    | $-۲^2 = ۴$          |
| ۶           | $۶ - ۶ = ۰$     | $۰^2 = ۰$           |
| ۸           | $۸ - ۶ = ۲$     | $۲^2 = ۴$           |
| ۱۰          | $۱۰ - ۶ = ۴$    | $۴^2 = ۱۶$          |
| $\Sigma$ ۳۰ | ۰               | ۴۰                  |

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{۳۰}{۵} = ۶$$

$$S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{۴۰}{۵-1} = ۱۰$$

$$S_X = \sqrt{S_X^2} = \sqrt{۱۰} = ۳/۱۶$$

نکته: ۱)  $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$

نکته: ۲)  $\sum |X_i - Md|$  حداقل یا min است

ارشد ۹۷

۳۷- در یک نمونه  $n$  تایی، عبارت  $(n-1)s_x^2$  با کدام مورد برابر است؟

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n \bar{x} \quad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - Md)^2 \quad (۱)$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (۴)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 - Md \quad (۳)$$

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \Rightarrow \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = (n-1)s_x^2 \quad \text{گزینه ۴ صحیح است}$$

ارشد ۹۸

در یک نمونه تصادفی ۵۰ نفری از نوجوانان، میانگین سن ۱۵ و انحراف استاندارد آن ۳ است. واریانس سن این نمونه بعد از گذشت ۵ سال، کدام است؟

۳ (۱)

۹ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

$$\sigma = 3 \Rightarrow \sigma^2 = 3^2 = 9 \quad \text{گزینه ۲ صحیح است}$$



مجموع انحراف نمره‌ها از میانگین برای اعداد ۶، ۱۲، ۱۰، ۴، ۵ و ۸ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۷/۵

(۳) ۱۵

(۴) ۴۵

گزینه ۱ صحیح است چون  $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$

مثال: در داده های مسئله قبل واریانس را بدست آورید

|         |    |    |    |    |     |     |     |
|---------|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| $x_i$   | ۴  | ۵  | ۶  | ۸  | ۱۰  | ۱۲  | ۴۵  |
| $x_i^2$ | ۱۶ | ۲۵ | ۳۶ | ۶۴ | ۱۰۰ | ۱۴۴ | ۳۸۵ |

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1} = \frac{385 - \frac{(45)^2}{6}}{6-1} = \frac{385 - 337.5}{5} = 7/5$$

۵۵- کدام مورد درخصوص واریانس ( $\sigma^2$ ) همواره درست است؟

(۱)  $1 \leq \sigma^2 \leq \infty$

(۲)  $0 \leq \sigma^2 \leq \infty$

(۳)  $-1 \leq \sigma^2 \leq 1$

(۴)  $-\infty \leq \sigma^2 \leq \infty$

گزینه ۲ درست است چون واریانس همیشه + است

دکتری ۹۴

۱۲- عبارت  $\sum_{i=1}^n |x_i - A|$  به ازای کدام مورد کمینه می شود؟

(۲)  $A = HM$

(۴)  $A = Md$

(۱)  $A = \bar{x}$

(۳)  $A = Mod$

گزینه ۴ صحیح است

در یک نمونه با ۱۵ مشاهده،  $\sum (x - 15) = -1$ ،  $\sum (x - 12) = 2$ ،  $\sum (x - 14) = 0$  و  $\sum (x - 18)^2 = 398$  است. میانگین این توزیع کدام است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۴

(۳) ۱۵

(۴) ۱۸

گزینه ۲ صحیح است چون  $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$

نکته: در صورتی که کلیه اعداد باهم برابر باشد واریانس و انحراف معیار صفر می شود.

علوم تربیتی ۹۵

۳۳- براساس اطلاعات زیر، فرض همگونی واریانس توزیع نمرات Y به ازای کدام مقادیر X برقرار است؟

| X | Y |   |   |
|---|---|---|---|
| ۲ | ۱ | ۳ | ۸ |
| ۳ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۴ | ۴ | ۵ | ۶ |
| ۵ | ۵ | ۶ | ۷ |

(۱) ۲، ۳، ۴

(۲) ۲، ۳، ۵

(۳) ۲، ۵، ۴

(۴) ۳، ۴، ۵

گزینه ۴ صحیح است چون فاصله اعداد یکسان است

**مثال:** میانگین و واریانس و انحراف معیار نمونه ۱۰ و ۶ و ۸ و ۴ و ۳ را به دست آورید.

| $x_i$    | $x_i^2$ |
|----------|---------|
| ۳        | ۹       |
| ۴        | ۱۶      |
| ۶        | ۳۶      |
| ۸        | ۶۴      |
| ۱۰       | ۱۰۰     |
| $\Sigma$ | ۳۱      |
|          | ۲۲۵     |

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{31}{5} = 6.2$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{225 - 5 \times 6.2^2}{5-1} \Rightarrow S^2 = 8.2$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{8.2} = 2.86$$

**مثال:** واریانس اعداد ۱۰-۱۲-۸-۵-۶-۴ را بدست آورید.

|         |    |    |    |    |     |     |     |
|---------|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| $x_i$   | ۴  | ۵  | ۶  | ۸  | ۱۰  | ۱۲  | ۴۵  |
| $x_i^2$ | ۱۶ | ۲۵ | ۳۶ | ۶۴ | ۱۰۰ | ۱۴۴ | ۳۸۵ |

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1} = \frac{385 - \frac{(45)^2}{6}}{6-1} = \frac{385 - 337.5}{5} = 9.5$$



**نکته:** میانگین ترکیب چند نمونه از رابطه زیر بدست می آید

$$\bar{x} = \frac{\bar{n_1x_1} + \bar{n_2x_2} + \dots}{n_1 + n_2 + \dots}$$

**ارشد ۹۵**

اگر میانگین ۱۰ داده آماری برابر ۵ و میانگین ۲۰ داده آماری برابر ۱۰ باشد، آنگاه میانگین کل برابر کدام است؟

(۱) ۰٫۵

(۲) ۷٫۵

(۳) ۱۵

(۴) ۸٫۳۳

**گزینه ۴ صحیح است**

$$\bar{x} = \frac{\bar{n_1x_1} + \bar{n_2x_2}}{n_1 + n_2} = \frac{10 \times 5 + 20 \times 10}{10 + 20} = \frac{250}{30} = 8/33$$

## محاسبه‌ی میانگین، واریانس در جدول توزیع فراوانی

### ۱) محاسبه‌ی میانگین

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{n} \quad \text{میانگین نمونه}$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N} \quad \text{میانگین جامعه}$$

### ۲- محاسبه‌ی واریانس جامعه

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2}{N}, \quad \sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - N\mu^2}{N}, \quad \sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i x_i\right)^2}{N}}{N}$$

### ۳- محاسبه واریانس نمونه

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}, \quad S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}, \quad S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^k f_i x_i)^2}{n}}{n-1}$$

### ۴- محاسبه‌ی انحراف معیار

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} \quad \text{انحراف معیار جامعه}$$

$$S_x = \sqrt{S_x^2} \quad \text{انحراف معیار نمونه}$$

**نشان دسته:** متوسط هر رده یا طبقه را نشان دسته یا نماینده رده گویند و با حرف  $m_i$  یا  $x_i$

$$m_i = x_i = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

**ضریب تغییرات:** برای مقایسه تغییرات صفت در دو یا چند جامعه با میانگین‌های مختلف استفاده می‌شود.

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

**مثال:** در جدول توزیع فراوانی زیر میانگین واریانس و انحراف معیار را به دست آورید.

| (cL)  | $f_i$ حدود دردها | $x_i = \frac{x_1 + x_2}{2}$ | $f_i x_i$          | $f_i x_i^2$           |
|-------|------------------|-----------------------------|--------------------|-----------------------|
| ۲-۴   | ۵                | $\frac{۲+۴}{۲} = ۳$         | $۵ \times ۳ = ۱۵$  | $۵ \times ۳^2 = ۴۵$   |
| ۴-۶   | ۳                | $\frac{۴+۶}{۲} = ۵$         | $۳ \times ۵ = ۱۵$  | $۳ \times ۵^2 = ۷۵$   |
| ۶-۸   | ۶                | $\frac{۶+۸}{۲} = ۷$         | $۶ \times ۷ = ۴۲$  | $۶ \times ۷^2 = ۲۹۴$  |
| ۸-۱۰  | ۴                | $\frac{۸+۱۰}{۲} = ۹$        | $۴ \times ۹ = ۳۶$  | $۴ \times ۹^2 = ۳۲۴$  |
| ۱۰-۱۲ | ۲                | $\frac{۱۰+۱۲}{۲} = ۱۱$      | $۲ \times ۱۱ = ۲۲$ | $۲ \times ۱۱^2 = ۲۴۲$ |
|       | $n = ۲۰$         |                             | ۹۲                 | ۹۸۰                   |

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{n} = \frac{۱۳۰}{۲۰} = ۶/۵$$

$$S_X^2 = \frac{\sum f_i x_i^2 - n \bar{x}^2}{n-1} = \frac{۹۸۰ - ۲۰ \times ۶/۵^2}{۲۰-1} = ۷/۱۰/۵$$

$$S_X = \sqrt{S_X^2} = \sqrt{۷/۱۰/۵} = ۲/۶۶۵$$



## دکتری ۹۹ علوم شناختی

براساس جدول فراوانی زیر، میانگین و واریانس داده‌ها به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

| $x$     | -۳ | -۲ | -۱ | ۱  | ۲  | ۳  |
|---------|----|----|----|----|----|----|
| فراوانی | ۲۰ | ۱۰ | ۵  | ۱۰ | ۲۰ | ۱۵ |

$$\frac{359}{64} \text{ و } \frac{1}{8} \quad (۱)$$

$$\frac{359}{64} \text{ و } \frac{7}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{251}{64} \text{ و } \frac{1}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{251}{64} \text{ و } \frac{7}{8} \quad (۴)$$

|             |     |     |    |    |    |     |     |
|-------------|-----|-----|----|----|----|-----|-----|
| $x_i$       | -۳  | -۲  | -۱ | ۱  | ۲  | ۳   |     |
| $f_i$       | ۲۰  | ۱۰  | ۵  | ۱۰ | ۲۰ | ۱۵  | ۸۰  |
| $f_i x_i$   | -۶۰ | -۲۰ | -۵ | ۱۰ | ۴۰ | ۴۵  | ۱۰  |
| $f_i x_i^2$ | ۱۸۰ | ۴۰  | ۵  | ۱۰ | ۸۰ | ۱۳۵ | ۴۵۰ |

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{n} = \frac{۱۰}{۸۰} = \frac{۱}{۸}$$

$$\sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^k f_i x_i)^2}{n}}{N} = \frac{۴۵۰ - \frac{۱۰^2}{۸۰}}{۸۰} = \frac{۴۵۰ \times ۸۰ - ۱۰۰}{۸۰ \times ۸۰} = \frac{۳۵۹۰۰}{۶۴۰۰} = \frac{۳۵۹}{۶۴}$$

گزینه ۱ صحیح است

**ضریب تغییرات:** برای مقایسه تغییرات صفت در دو یا چند جامعه با میانگین‌های مختلف استفاده می‌شود.

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

**دکتری ۹۸**

حقوق کارکنان یک شرکت نسبت به سال قبل ۱۰٪ افزایش یافته است. ضریب تغییرات حقوق آنان چند درصد است؟

(۱) تغییر نمی‌کند.

(۲) ۱۰٪ افزایش

(۳) ۱۰٪ کاهش

(۴) ۱۰۰٪ افزایش

**گزینه ۱ صحیح است** چون میانگین و انحراف معیار هر دو ۱۰٪ افزایش می‌یابد

## مراحل محاسبه میانه در جدول توزیع فراوانی

۱- ستون فراوانی تجمعی را تشکیل می‌دهیم.

۲-  $\frac{n}{2}$  را محاسبه می‌کنیم و مشاهده می‌کنیم بین کدام فراوانی‌های تجمعی قرار دارد و رده‌ی میانه را مشخص می‌کنیم.

۳- با استفاده از رابطه‌ی زیر میانه را محاسبه می‌کنیم.

$$Md = L + \frac{\frac{n}{2} - Cf}{F} \times I$$

I: عرض رده‌ی میانه      L: حد پایین رده‌ی میانه

F: فراوانی رده‌ی میانه      CF: فراوانی تجمعی رده‌ی ماقبل میانه

**نکته:** در محاسبه‌ی صدک  $p$  ام به جای  $\frac{n}{2}$  مقدار  $\frac{pn}{100}$  را قرار می‌دهیم و مانند میانه محاسبه می‌کنیم.

**نکته:** در محاسبه‌ی دهک  $D$  ام به جای  $\frac{n}{2}$  مقدار  $\frac{nD}{10}$  را قرار می‌دهیم و مانند میانه محاسبه می‌کنیم.



**مثال:** در جدول توزیع فراوانی زیر میانه را به دست آورید.

| حدود طبقه | $f_i$    | $f_c$ |
|-----------|----------|-------|
| ۴-۸       | ۴        | ۴     |
| ۸-۱۲      | ۳        | ۷     |
| ۱۲-۱۶     | ۴        | ۱۱    |
| ۱۶-۲۰     | ۵        | ۱۶    |
| ۲۰-۲۴     | ۲        | ۱۸    |
|           | $n = ۱۸$ |       |

رده میانه ←

$$\frac{n}{2} = \frac{۱۸}{2} = ۹$$

$$CF \leftarrow ۷ < ۹ < ۱۱ \rightarrow$$

$$Md = L + \frac{\frac{n}{2} - Cf}{F} \times I$$

$$Md = ۱۲ + \frac{\frac{۱۸}{2} - ۷}{۴} \times ۴$$

$$Md = ۱۴$$

## محاسبه‌ی مد (نما) در جدول توزیع فراوانی

ابتدا رده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد به عنوان رده‌ی میانه در نظر می‌گیریم و با استفاده از رابطه‌ی زیر میانه را به دست می‌آوریم.

$$d_1 = f_i - f_{i-1} \quad f_i: \text{بیشترین فراوانی مطلق (رده‌ی مد)}$$

$$d_2 = f_i - f_{i+1} \quad f_{i-1}: \text{فراوانی رده‌ی قبل از رده‌ی مد}$$

$$f_{i+1}: \text{فراوانی رده‌ی بعد از رده‌ی مد}$$

$$M_o = L_{m_o} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times I_{m_o} \quad I_{m_o}: \text{طول رده‌ی مد}$$

$$L_{m_o}: \text{حد پایین رده‌ی مد}$$

**مثال:** در جدول زیر مد را محاسبه کنید.

| جدول  | دست به قات |
|-------|------------|
| ۱۰-۱۵ | ۳          |
| ۱۵-۲۰ | ۲          |
| ۲۰-۲۵ | ۶          |
| ۲۵-۳۰ | ۴          |
| ۳۰-۳۵ | ۵          |

$$d_1 = f_i - f_{i-1} = 6 - 2 = 4$$

$$d_2 = f_i - f_{i+1} = 6 - 4 = 2$$

$$I = 25 - 20 = 5$$

$$M_o = L_{M_o} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times I_{M_o}$$

$$M_o = 20 + \frac{4}{4+2} \times 5 = 23.33$$

**رتبه درصدی:** F: فراوانی طبقه ای که رتبه درصدی میخواهیم

Cf: فراوانی تراکمی طبقه ماقبل  
Pr: رتبه درصدی  
n: تعداد کل

$$P_R = \frac{\frac{F}{2} + Cf}{n} \times 100$$

**ارشد ۹۵ علوم تربیتی**

۳۶- با استفاده از اطلاعات جدول، رتبه درصدی نمره ۵۰ را محاسبه کنید؟

| x | ۴۸ | ۴۹ | ۵۰ | ۵۱ | ۵۲ | ۵۳ |
|---|----|----|----|----|----|----|
| f | ۲  | ۳  | ۲  | ۵  | ۴  | ۴  |

(۱) ۲۰

(۲) ۲۵

(۳) ۳۰

(۴) ۳۵

**گزینه ۳ صحیح است**

$$P_R = \frac{\frac{F}{2} + Cf}{n} \times 100 = \frac{\frac{2}{2} + 5}{20} \times 100 = 30\%$$

در یک توزیع با کجی منفی، رتبه درصدی میانه چقدر است؟

- (۱) کمتر از ۵۰ (۲) بیشتر از ۵۰ (۳) برابر ۵۰ (۴) هر مقدار ممکن

گزینه ۳ صحیح است

میانگین هندسی:

$$\bar{X}_G = \sqrt[k]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_k^{f_k}} = \prod_{i=1}^k x_i^{\frac{f_i}{n}}$$

میانگین هارمونیک (توافقی)

$$\frac{n}{\bar{X}_H} = \frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \dots + \frac{f_k}{x_k} \Rightarrow \bar{X}_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{x_i}}$$

نکته:  $\bar{X}_H \leq \bar{X}_G \leq \bar{X}$



**میانگین نمونه پیراسته:** مشاهدات کوچکتر از چارک اول و بزرگتر از چارک سوم را حذف می کنیم و میانگین داده های بین چارک اول و سوم را محاسبه می کنیم.

**میانگین وینزوری:** به جای داده های کوچکتر از چارک اول مقدار چارک اول و به جای مقادیر بزرگتر از چارک سوم مقادیر چارک سوم را قرار می دهیم و میانگین داده ها را به دست می آوریم.

ارشد ۹۶

برای حذف اثر داده های پرت کدام میانگین بهتر است مورد استفاده قرار گیرد؟

- |             |              |
|-------------|--------------|
| (۱) پیراسته | (۲) وزنی     |
| (۳) هندسی   | (۴) هارمونیک |

**گزینه صحیح است**

**تبدیل های خطی:**

در صورتی که کلیه مقادیر  $X_i$  تبدیل خطی  $Y_i = aX_i + b$  صورت گیرد در این صورت میانگین واریانس و انحراف معیار داده های جدید به صورت زیر به دست می آید.

$$\bar{y} = a\bar{x} + b \quad \text{و} \quad S_y^2 = |a|^2 S_x^2 \quad \text{و} \quad S_y = |a| S_x$$

## ارشد ۹۴

اگر واریانس نمره درس ریاضی ۶۴ باشد و از هر نفر ۲ نمره کم شود، در این صورت انحراف معیار کدام است؟

(۱) ۳۲

(۲) ۸

(۳) ۶۴

(۴) ۱۲۸

**گزینه ۲ صحیح است** چون مقدار ثابت اگر اضافه یا کم شود در واریانس و انحراف معیار تاثیر ندارد

## ارشد ۹۶

۴۰- معلمی یک امتحان برگزار کرد که میانگین آن ۷۵ و انحراف معیار آن ۱۰ به دست آمد، وی ۱۰ نمره به نمره هر یک

از دانش آموزان اضافه کرد، میزان انحراف معیار پس از اضافه کردن نمره چقدر است؟

(۱) ۰

(۲) ۱۰

(۳) ۲۰

(۴) ۱۱۰

**گزینه ۱ صحیح است** چون مقدار ثابت اگر اضافه یا کم شود در واریانس و انحراف معیار تاثیر ندارد

## دکتری ۹۷

اگر تمام مقادیر توزیع متغیر  $X$  در  $\frac{1}{S_x}$  ضرب شوند، واریانس و انحراف معیار نمره‌های جدید برابر چند است؟

(۱)  $S_x - S_x^2$

(۲)  $1 - 1$

(۳)  $1 - \frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{S_x}{S_x^2} - S_x^2$

**گزینه ۲ صحیح است**

$$S_y^2 = a^2 S_x^2 = \left(\frac{1}{S_x}\right)^2 S_x^2 = 1 \Rightarrow S_y = 1$$

ارشد ۱۴۰۰

۴۹- واریانس نمرات توزیع متغیر  $X$  برابر ۴ است. اگر بخواهیم نمرات این توزیع را بر حسب معادله  $Y = 10X + 30$  تغییر دهیم، به چه واریانسی می‌رسیم؟

۴۰ (۱)

۷۰ (۲)

۴۰۰ (۳)

۴۲۰ (۴)

$$S_y^2 = a^2 S_x^2 = (10)^2 4 = 100 \times 4 \Rightarrow S_y = 400$$

گزینه ۳ صحیح است

دکتری ۹۸

حقوق کارکنان یک شرکت نسبت به سال قبل ۱۰٪ افزایش یافته است. ضریب تغییرات حقوق آنان چند درصد است؟

(۱) تغییر نمی‌کند.

(۲) ۱۰٪ افزایش

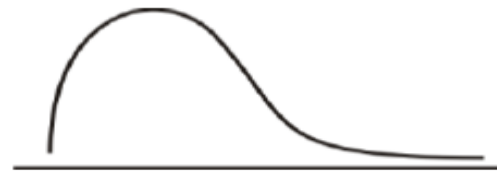
(۳) ۱۰٪ کاهش

(۴) ۱۰۰٪ افزایش

گزینه ۱ صحیح است چون میانگین و انحراف معیار هر دو ۱۰٪ افزایش می‌یابد

## تشخیص چولگی (کجی)

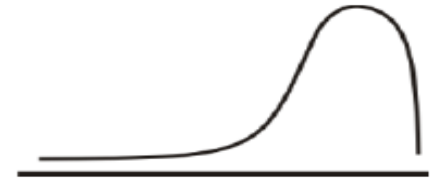
چولگی به راست



نرمال (متقارن)



چولگی به چپ



در صورتی که هر یک از ضرایب به دست آمده منفی باشد یعنی چولگی چپ و اگر مثبت باشد یعنی چولگی راست. و برابر صفر یعنی متقارن یا نرمال

$$g_1 = \frac{\bar{x} - m_0}{S} \quad \begin{cases} S_k < 0 & \text{چوله به چپ} \\ S_k = 0 & \text{متقارن} \\ S_k > 0 & \text{چوله به چپ} \end{cases}$$

براساس گشتاورها هم مانند قبل نتیجه گیری میکنیم یعنی در صورتی که هر یک از ضرایب به دست آمده منفی باشد یعنی چولگی چپ و اگر مثبت باشد یعنی چولگی راست و برابر صفر یعنی متقارن یا نرمال

$$S_k = \frac{m_3}{S^3} \quad \begin{cases} S_k < 0 \\ S_k = 0 \\ S_k > 0 \end{cases}$$



$$SX_Q = \frac{(X_{Q_3} - X_{Q_2}) - (X_{Q_3} - X_{Q_1})}{X_{Q_3} - Q_1}$$

ضرب چولگی چارکی

$$SX_Q = \frac{(p_{90} - p_{50}) - (p_{50} - p_{10})}{p_{80} - p_{10}}$$

ضرب چولگی صدکی

ارشد علوم تربیتی ۹۵

۳۵- در توزیعی  $\bar{X} = 30$  و  $S^2 = 36$  است. در صورتی که کجی توزیع برابر با ۲ باشد ( $Sk = 2$ )، نمای توزیع کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۱۲

(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

گزینه ۳ صحیح است

## کشیدگی (برجستگی):

در صورتی که هر یک از ضرایب به دست آمده منفی باشد یعنی پهن تر از نرمال و اگر مثبت باشد یعنی بلندتر از نرمال و برابر صفر یعنی متقارن یا نرمال



$$k = \frac{m_4}{m_2^2} - 3 \quad \text{یا} \quad k = \frac{m_4}{s^4} - 3 \quad \begin{cases} k < 0 \\ k = 0 \\ k > 0 \end{cases}$$

$m_2$  : گشتاور مرتبه دوم یا واریانس

$m_4$  : گشتاور مرتبه چهارم

علوم تربیتی ۹۵

۹۳- با فرض این که در داده های زیر مقدار  $x$  نامشخص ولی بزرگتر از ۳۰ ( $x > 30$ ) باشد، برای محاسبه متوسط نمرات از کدام شاخص می توان استفاده کرد؟

$x$  ۱۲ ۸ ۴ ۳ ۲

(۱) میانه

(۲) نما

(۳) میانگین

(۴) انحراف متوسط

گزینه ۱ صحیح است

# آمار و روش تحقیق روانشناسی

مدرس : علی زارعی  
احتمال

## احتمال

**تعریف احتمال:** نسبت تعداد حالات مساعد به تعداد کل حالات را احتمال گویند.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} \quad \text{گسسته}$$

$$P(A) = \frac{S(A)}{S(s)} \quad \text{پیوسته}$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

**توجه:** احتمال عددی بین صفر و یک است



**آزمایش تصادفی:** حادثه یا عملی است که نتیجه آن را از قبل نمی‌دانیم و قابل مشاهده است.

**فضای نمونه:** به مجموعه تمام نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه گویند و با حرف  $S$  نشان می‌دهیم.

$$S = \{H, T\} \quad n(s) = 2^1$$

$$S = \{HH, HT, TH, TT\} \quad n(s) = 2^2$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(s) = 6$$

$$S = \{H, TH, TTH, TTTH, \dots\}$$

انتظار آمدن شیر (فضای نمونه)

بنابراین تعداد فضای نمونه در پرتاب آزمایشهایی که دو حالت دارد مانند پرتاب سکه  $2^n$  و برای

پرتاب تاس  $6^n$  است. به طور کلی در صورت **نا اریب** بودن (احتمال وقوع کل حالات یکسان باشد)

$$n(s) = (\text{تعداد حالات یک آزمایش})^n$$

**پیشامد:** زیرمجموعه ای از فضای نمونه را پیشامد گویند و اغلب با حرف بزرگ نشان می دهند.

مثال: احتمال آنکه در پرتاب دو تاس مجموع اعداد ظاهر شده برابر ۷ باشد بدست آورید.

$$n(s) = 6^n = 6^2 = 36$$

$$A = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

**ارشد ۹۵**

دو تاس را پرتاب می کنیم. احتمال اینکه مجموع اعداد به دست آمده کوچکتر و مساوی ۳ باشد، چقدر است؟

$$\begin{array}{r} \frac{1}{12} \quad (1) \\ \frac{2}{6} \quad (2) \\ \frac{2}{12} \quad (3) \\ \frac{2}{36} \quad (4) \end{array}$$

$$n(s) = 6^2 = 36, A = \{(1, 1), (2, 1), (1, 2)\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

**گزینه ۳ درست است**

## اصول شمارش:

۱- **اصل جمع:** هرگاه عمل  $A$  به  $m$  طریق و عمل به  $n$  طریق انجام پذیرد عمل  $A$  یا  $B$  به  $m+n$  طریق امکان پذیر است.

مثال: شخصی برای رفتن به محل کار توسط دو خط سواری و ۳ خط اتوبوس رانی می تواند انتخاب کند این شخص به چند طریق می تواند وسیله نقلیه انتخاب کند.

جواب: شخص یا باید سواری شود یا اتوبوس بنابراین  $m+n=2+3=5$

۲- **اصل ضرب:** هرگاه عمل  $A$  به  $m$  طریق و عمل  $B$  به  $n$  طریق انجام پذیرد عمل  $A$  و  $B$  به  $m \times n$  طریق امکان پذیر است.

مثال: برای رفتن به شهر  $A$  توسط ۴ وسیله نقلیه و از شهر  $A$  به شهر  $B$  توسط ۵ وسیله نقلیه می توان رفت برای رفتن به شهر  $B$  چند نوع وسیله نقلیه می توان انتخاب کرد؟

جواب: شخص ابتدا به شهر  $A$  رفته و از آنجا به شهر  $B$  می رود بنابراین؛

$$m \times n = 4 \times 5 = 20$$

**مثال:** به چند طریق می توان ۵ کتاب را در ۵ قفسه قرار داد؟

جواب:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
|---|---|---|---|---|

$$\Rightarrow 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = 120$$

**ارشد ۹۷**

۳۸- در صورت مجاز نبودن تکرار ارقام، با اعداد ۹، ۸، ۷، ۶ و ۵ چند عدد چهار رقمی می توان نوشت؟

(۱) ۶۰

(۲) ۸۰

(۳) ۱۲۰

(۴) ۲۲۰

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$$

گزینه ۳ صحیح است



چند عدد سه رقمی، بدون تکرار ارقام وجود دارد؟

(۱) ۶۴۸

(۲) ۷۲۰

(۳) ۹۰۰

(۴) ۱۰۰۰

گزینه ۳ صحیح است

$$9 \times 10 \times 10 = 900$$

**جایگشت:** تعداد حالاتی که  $n$  شیء می تواند در کنار یکدیگر قرار گیرد را جایگشت  $n$  شیء گویند و از رابطه  $n!$  بدست می آید.

**جایشگشت حلقوی:** قرار گرفتن  $n$  در کنار یکدیگر مانند میزگرد را جایگشت حلقوی گویند و از رابطه  $(n-1)!$  بدست می آید.

**مثال:** به چند ۱۰ نفر می‌توانند کنار یکدیگر مانند میزگرد بنشینند به طوری که

(الف) فرقی بین افراد نباشد (ب) پیرترین شخص و جوان‌ترین شخص کنار هم باشند.

$$(الف) \quad (n-1)! = (10-1) = 9!$$

(ب) دو نفر کنار هم یک نفر حساب می‌شود که با هم جابجا می‌شوند

$$(9-1)! \times 2! = 8! \times 2!$$

**مثال:** ۴ کتاب ریاضی، ۳ کتاب فیزیک، ۵ کتاب ادبیات را می‌توان کنار هم چید به طوری که

(الف) فرقی بین کتابها نباشد (ب) کتابهای هم‌عنوان کنار هم باشند

$$(الف) \quad (4+3+5)! = 12!$$

$$(ب) \quad 4! \times 3! \times 5! \times 3!$$

**ترتیب:** تعداد جایگشتهای  $r$  تایی از میان  $n$  شیء را ترتیب  $r$  شیء از  $n$  شیء گویند در صورتی که

جای اعضاء اهمیت داشته باشد و با نماد  $P_r^n$  نشان می دهیم و رابطه  $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$  بدست می آید.

**یادآوری:**

$$0! = 1, 1! = 1$$

$$n! = n(n-1)!$$

$$n! = n(n-1)(n-2).....(n-n)!$$

مثال: در یک هیئت مدیره ده نفری به چند طریق می توان مدیر عامل و حسابدار و رئیس هیئت مدیره انتخاب کرد.

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 720$$

**ترکیب:** قرار  $r$  شیء از  $n$  شیء در کنار یکدیگر را ترکیب  $r$  شیء از  $n$  شیء گویند در صورتی که جای اعضاء اهمیت نداشته باشد و با نماد  $\binom{n}{r}$  یا  $C_r^n$  نشان می‌دهیم و از رابطه

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

بدست می‌آید.

مثال: تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی یک مجموع ۵ عضوی را بدست آورید:

جای اعضا اهمیت ندارد

$$C_3^5 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = 10.$$

**تعمیم ترکیب:** تعداد جایگشت‌های  $n$  شیء که  $n_1$  تای آن از یک نوع و  $n_2$  تای آن از نوع دوم...  $n_k$  تای آن از نوع  $k$  ام است به طوری که  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$  باشد در این صورت تعداد جایگشت‌های ممکن برابر است با

$$\binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

**مثال:** به چند طریق می‌توان ۱۸ دانشجو را در کلاسی که ردیف اول آن ۴ صندلی و ردیف دوم ۶ صندلی و در ردیف سوم آن ۸ صندلی دارد نشاند.

$$\binom{18}{4, 6, 8} = \frac{18!}{4! \times 6! \times 8!}$$



**مثال:** شخصی ۵ شلوار، ۴ کت و ۳ جفت کفش دارد به چند طریق می‌توان ۳ شلوار، ۲ کت و ۲ جفت کفش انتخاب کرد؟

$$\binom{5}{2} \binom{4}{2} \binom{3}{2} = 180$$

ارشد ۹۸

۳۱- به چند طریق می‌توان از ۴ دبیرستان پسرانه ۲ دبیرستان و از ۳ دبیرستان دخترانه ۱ دبیرستان را به‌طور تصادفی انتخاب کرد؟

- (۱) ۳
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۴

$$\binom{4}{2} \binom{3}{1} = \frac{4!}{2! \times (4-2)!} \times \frac{3!}{1! \times (3-1)!} = 18$$

گزینه ۳ صحیح است

جایگشت با تکرار: هرگاه  $n$  شیء  $k$  بار تکرار شود تعداد جایگشت از رابطه  $n^k$  بدست می‌آید.

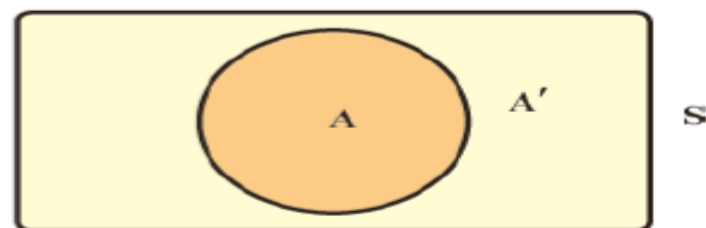
مثال: با اعداد صفر تا ۹ چند شماره تلفن ۶ رقمی بدون کد می‌توان نوشت؟

جواب: صفر رقم اول نمی‌تواند باشد.

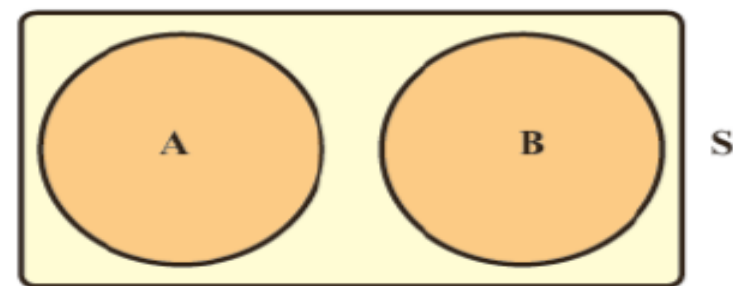
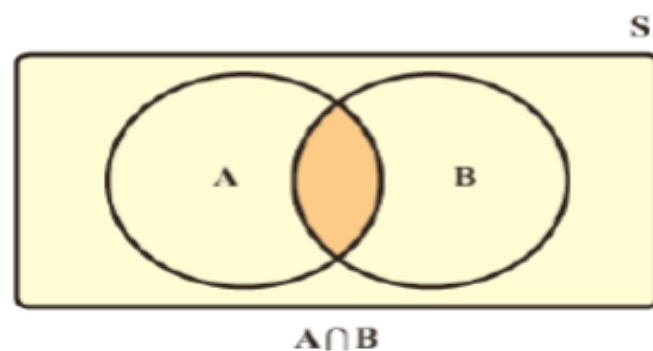
|   |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|
| ۹ | ۱۰ | ۱۰ | ۱۰ | ۱۰ | ۱۰ |
|---|----|----|----|----|----|

$$\Rightarrow 9 \times 10^5$$

**متمم یک پیشامد:** مجموعه نقاطی که در فضای نمونه‌ای  $S$  قرار دارند ولی در پیشامد  $A$  وجود ندارند

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$


**پیشامدهای ناسازگار:** دو پیشامد  $A$  و  $B$  را مستقل گویند اگر با هم رخ ندهند به عبارتی با هم اشتراکی نداشته باشند.  $P(A \cap B) = P(\phi) = 0$



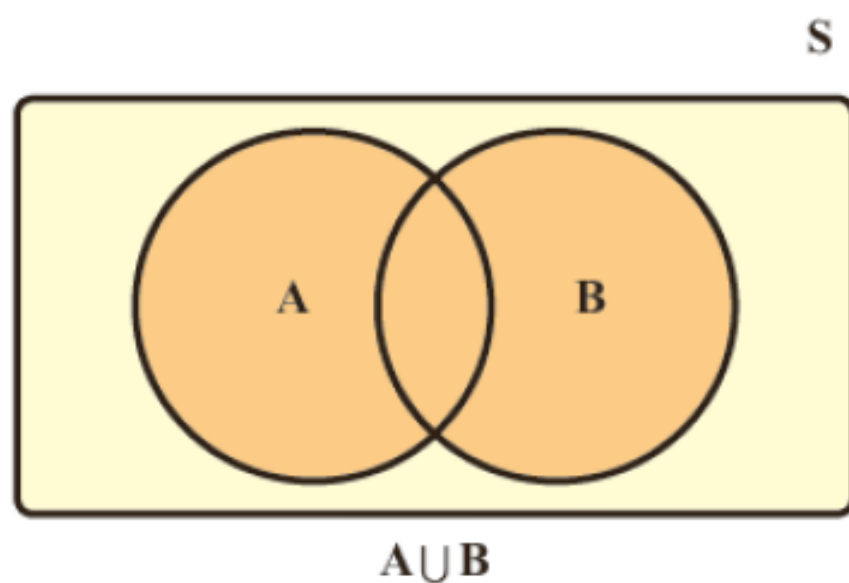
**پیشامدهای مستقل:** دو پیشامد  $A$  و  $B$  را مستقل گویند اگر وقوع یا عدم وقوع یکی تأثیری بر وقوع پیشامد دیگر نداشته باشد. شرط آن که دو پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل باشند آن است که

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

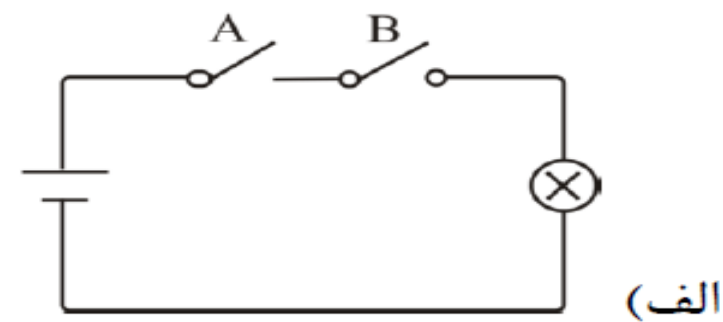
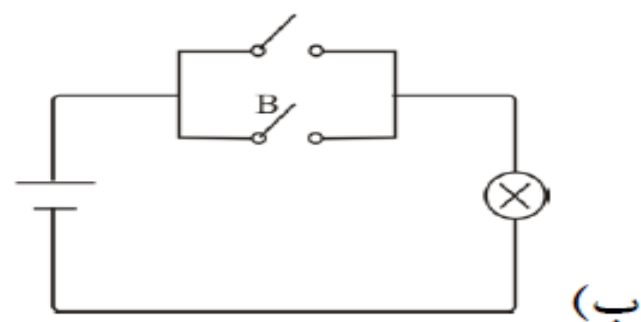
## اجتماع دو پیشامد:

اجتماع پیشامدهای  $A$  و  $B$  شامل نقاطی است که در  $A$  یا در  $B$  یا در هر دوی آنها وجود داشته باشد

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



**مثال:** کلید A با احتمال ۹۰٪ و کلید B با احتمال ۸۰٪ درست عمل می‌کنند در هر یک از شکلهای زیر احتمال آنکه لامپ روشن شود را بدست آورید.



**جواب**

الف) چون کلیدها مستقل از یکدیگر هستند و برای روشن شدن لامپ هر دو کلید باید متصل باشد بنابراین

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.9 \times 0.8 = 0.72$$

ب) چون برای روشن شدن لامپ کافی یکی از کلیدها وصل باشد بنابراین

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.9 + 0.8 - 0.72 = 0.98$$



**احتمال شرطی:** در صورتی که بدانیم پیشامد B رخ داده است و بخواهیم احتمال رخ دادن پیشامد A را بدست آوریم با نماد  $P(A|B)$  نشان می‌دهیم و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

**مثال:** در کیسه‌ای ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه ریخته‌ایم اگر دو مهره و بدون جایگذاری خارج کنیم احتمالهای زیر را بدست آورید:

الف) دو مهره هم رنگ باشد      ب) دو مهره غیر هم رنگ باشد

الف)  $P(\text{اولی سفید/دومی سفید}) + P(\text{اولی سیاه/دومی سیاه}) \cdot P(\text{اولی سیاه}) = P(\text{دو مهره هم رنگ})$

$$P(\text{دو مهره هم رنگ}) = P(B_1) \cdot P(B_2|B_1) + P(w_1) \cdot P(w_2|w_1)$$

$$P(\text{دو مهره هم رنگ}) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{42}{90}$$

$$P(\text{غیر هم رنگ}) = 1 - P(\text{هم رنگ}) = 1 - \frac{42}{90} = \frac{48}{90} \quad \text{ب)}$$

دکتری ۹۷

اگر  $P(A) = 0.5$ ،  $P(B) = 0.4$  و  $P(B|A) = 0.3$  باشد،  $P(A \cap B)$  کدام است؟

(۴)  $0.9$

(۳)  $0.6$

(۲)  $0.2$

(۱)  $0.15$

گزینه ۱ صحیح است

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0.5 \times 0.3 = 0.15$$

دکتری ۹۹ علوم شناختی

یک کیسه شامل ۵ مهره سفید، ۱۰ مهره سبز و ۵ مهره بنفش است. ۲ مهره به تصادف، یکی به یک و بدون جایگذاری از این کیسه انتخاب می‌شود. احتمال این که مهره اول و سوم سبز باشند، کدام است؟

(۱)  $\frac{9}{38}$

(۲)  $\frac{5}{38}$

(۳)  $\frac{13}{38}$

(۴)  $\frac{15}{38}$

$$p(A) = \frac{10}{20} \times \frac{5}{19} \times \frac{9}{18} + \frac{10}{20} \times \frac{5}{19} \times \frac{9}{18} = \frac{5 \times 9}{19 \times 18} = \frac{5}{38}$$

گزینه ۲ صحیح است

## متغیرهای تصادفی و توزیع‌های احتمال

**متغیر تصادفی:** متغیری است که مقدار عددی آن به وسیله برآمد یک آزمایش تصادفی مشخص می‌شود و با حروف بزرگ نشان می‌دهیم متغیرهای تصادفی به دو گروه گسسته و پیوسته تقسیم‌بندی می‌شوند:

متغیر تصادفی گسسته: متغیرهایی هستند که اعداد صحیح را اختیار می‌کنند.

متغیر تصادفی پیوسته: متغیرهایی هستند که اعداد حقیقی را اختیار می‌کنند.

**تابع احتمال (تابع توزیع احتمال):** تابع  $P(x)$  وقتی یک تابع احتمال است که دارای دو شرط زیر باشد:

$$0 \leq P(x) \leq 1$$

$$\sum_x p(x) = 1 \quad (2) \text{ در حالت گسسته}$$

**امید ریاضی (x):** مقدار مورد انتظار متغیر x را امید ریاضی گویند که به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\mu_x = E(x) = \sum_x xp(x)$$

**واریانس متغیر تصادفی x:**

$$\text{var}(x) = \sigma^2_x = E[(x - E(x))]^2 = E(x^2) - E(x)^2$$

$$E(x^2) = \sum x^2 p(x)$$

**انحراف معیار متغیر تصادفی x:**

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma^2_x}$$

$$E(ax + b) = aE(x) + b$$

**روابط مهم:**

$$E(g(x) + h(x)) = E(g(x)) + E(h(x))$$

$$\text{Var}(ax + b) = a^2 \text{Var}(x)$$

$$\sigma_{ax+b} = |a| \sigma_x$$



**مثال:** الف) مقدار  $k$  را طوری تعیین کنید که تابع احتمال باشد.

ب) میانگین، واریانس و انحراف معیار تصادفی  $x$  را بدست آورید.

|        |      |     |      |      |
|--------|------|-----|------|------|
| $x$    | -۱   | ۰   | ۱    | ۲    |
| $P(x)$ | $۲K$ | $k$ | $۳K$ | $۴K$ |

**جواب:**

$$\text{الف) } \sum_x P(x) = 1 \Rightarrow ۲k + k + ۳k + ۴k = 1 \Rightarrow ۱۰k = 1 \Rightarrow k = ۰/۱$$

|        |       |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| $x$    | -۱    | ۰     | ۱     | ۲     |
| $P(x)$ | $۰/۲$ | $۰/۱$ | $۰/۳$ | $۰/۴$ |

$$\text{ب) } \mu_X = E(x) = \sum_x xP(x) = -۱ \times ۰/۲ + ۰ \times ۰/۱ + ۱ \times ۰/۳ + ۲ \times ۰/۴ = ۰/۹$$

$$E(x^2) = \sum_x x^2 P(x) = (-۱)^2 \times ۰/۲ + ۰^2 \times ۰/۱ + ۱^2 \times ۰/۳ + ۲^2 \times ۰/۴ = ۲/۱$$

$$\sigma_X^2 = E(x^2) - [E(x)]^2 = ۲/۱ - (۰/۹)^2 = ۱/۲۹$$

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} = \sqrt{۱/۲۹} = ۱/۱۳۵$$



ارشد ۱۴۰۰

۵۴- اگر  $\sigma_X^2 = 2$ ،  $\mu_X = 3$  و  $r_{XY} = 0.5$  باشد، ارزش مورد استقلال مجذور مقادیر متغیر  $X$  ( $E(X^2)$ ) در جامعه برابر چند است؟

۱۸ (۴)

۱۱ (۳)

۷ (۲)

۳ (۱)

گزینه ۳ صحیح است

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - \mu^2 \Rightarrow E(X^2) = \sigma_X^2 + \mu^2 = 2 + 3^2 = 2 + 9 = 11$$

## توزیع های احتمال گسسته

### ۱- توزیع احتمال یکنواخت گسسته

اگر متغیر تصادفی  $X$  مقایر  $X_1, X_2, \dots, X_k$  را با احتمال  $\frac{1}{k}$  اختیار کند دارای توزیع یکنواخت است که  $k$  پارامتر توزیع است در این صورت  $P(X=x) = \frac{1}{k}$

$$E(X) = \frac{k+1}{2} \quad \text{var}(X) = \frac{k^2-1}{12}$$

### توزیع دو جمله ای:

هرگاه یک آزمایش برنولی  $n$  بار به طور متوالی و مستقل انجام شود متغیر  $X$  دارای توزیع دو جمله ای  $X \sim B(n, p)$  است که تابع احتمال آن به صورت  $P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$  است.

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad \mu = E(X) = np \quad \text{var}(X) = npq$$

$$\sigma_X = \sqrt{npq}, \quad q = \frac{\text{var}(X)}{E(X)},$$

## ارشد ۱۴۰۰

۴۷- چنانچه فردی به پنج سؤال چهار گزینه‌ای به صورت تصادفی پاسخ دهد. چقدر احتمال دارد که حداقل نمره‌ای برابر با ۳ کسب کند؟

۰/۱ (۴)

۰/۴۰ (۳)

۰/۳۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

گزینه ۴ صحیح است

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= \binom{5}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{5-3} + \binom{5}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{5-4} + \binom{5}{5} \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{5-5} = \\ &= \frac{5!}{3!(5-3)!} \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{5!}{4!(5-4)!} \times \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \frac{5!}{5!(5-5)!} \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \\ &= 10 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + 1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{90}{4^5} + \frac{15}{4^5} + \frac{1}{4^5} = \frac{106}{1024} = 0.1 \end{aligned}$$

متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع احتمال  $P(X = k) = \binom{32}{k} (0.25)^k (q)^{32-k}$  است. میانگین و واریانس آن

به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) ۴، ۲

(۲) ۶، ۸

(۳) ۸، ۱۶

(۴) ۸، ۲۴

$$n = 32, p = 0.25 = \frac{1}{4}$$

$$E(x) = np = 32 \times \frac{1}{4} = 8. \text{ var}(x) = npq = 32 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 6$$

گزینه ۲ صحیح است



**توزیع پواسون:** این توزیع نشان دهنده احتمال وقوع پیشامدی در یک واحد زمان یا مکان می باشد و در مواقعی استفاده می شود که در یک آزمایش برنولی تعداد آزمایش زیاد و احتمال پیروزی و یا شکست خیلی کوچک باشد مانند غلط تایپی، احتمال وقوع تصادف در یک چهارراه خاص، احتمال آن که یک شخص خاص با یک مرکز تلفن تماس بگیرد و... که تابع احتمال آن به صورت

$$P(x = x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

در این توزیع میانگین و واریانس برابر است.

$\mu$ : متوسط پیروزی

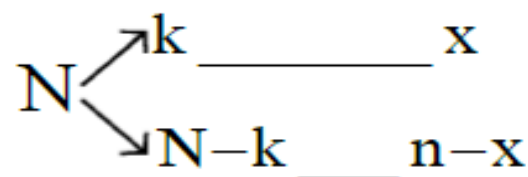
$$P(x = x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

$X$ : تعداد پیروزی

$$E(x) = \mu = np, \quad \text{var}(x) = \mu, \quad \sigma_x = \sqrt{\mu}$$

## توزیع احتمال فوق هندسی:

اگر انتخاب نمونه بدون جایگذاری باشد بنابراین احتمال موفقیت به آزمایشهای قبلی بستگی دارد در صورتی که  $X$  تعداد موفقیتها در نمونه باشد و اندازه نمونه نسبت به اندازه جامعه بزرگ باشد بین  $\frac{n}{N} > 0.5$  از توزیع فوق هندسی استفاده می شود.



$N$ : تعداد جامعه

$n$ : تعداد نمونه

$$P(X=x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$K$ : تعداد اعضای از جامعه که دارای خاصیت مورد نظر باشد

$X$ : تعداد پیروزی

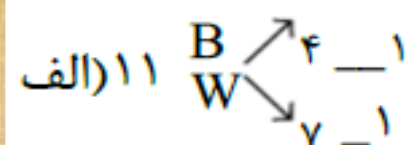
$$\mu = E(x) = n \frac{k}{N}, \quad \sigma_x^2 = \text{var}(x) = n \frac{k}{N} \cdot \frac{N-k}{N} \cdot \frac{N-k}{N}$$

$$\sum \binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x} = \binom{N}{n}$$

نکته:

مثال: الف) در کیسه‌ای ۴ مهره سیاه و ۷ مهره سفید ریخته‌ایم احتمال اینکه ۲ مهره به تصادف و بدون جایگذاری خارج کنیم و مهره هم رنگ نباشد را بدست آورید

ب) میانگین و واریانس تعداد سیاهها را بدست آورید.



$$P(x=x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{4}{1} \binom{7}{1}}{\binom{11}{2}} = \frac{28}{55}$$

$$ب) E(x) = n \frac{k}{N} = 2 \times \frac{4}{11} = \frac{8}{11}$$

$$\text{var}(x) = n \frac{k}{N} \cdot \frac{N-k}{N} = 2 \times \frac{4}{11} \times \frac{11-2}{11-1} \times \frac{11-4}{11} = \frac{504}{1210}$$

۵۲- در طی یک روز ۲۰ مراجع به یک مرکز روان پزشکی مراجعه کردند. ۱۰ نفر از آن‌ها مبتلا به اختلال افسردگی، ۸ نفر مبتلا به اختلالات اضطرابی و ۲ نفر مبتلا به اختلال دو قطبی بودند. اگر دو نفر از مراجعان به طور تصادفی و با جایگزینی انتخاب شوند، احتمال اینکه یک نفر مبتلا به اختلال افسردگی و یک نفر مبتلا به اختلالات اضطرابی باشد، کدام است؟

(۱) ۰/۱۰

(۲) ۰/۱۵

(۳) ۰/۲

(۴) ۰/۲۵

گزینه ۲ درست است

$$p(X=x) = \frac{\binom{10}{1} \binom{8}{1} \binom{2}{0}}{\binom{20}{2}} = \frac{10 \times 8 \times 1}{\frac{20 \times 19 \times 18!}{2 \times 1 \times (20-2)!}} = \frac{80}{190} = 0/42$$



## توزیع احتمال هندسی:

هرگاه یک آزمایش برنولی را آنقدر ادامه دهیم تا به اولین پیروزی برسیم از توزیع هندسی استفاده می‌شود یعنی اگر در بار  $X$  ام پیروز شویم  $X-1$  بار شکست خورده‌ایم مانند آنکه سکه را آنقدر پرتاب کنیم که اولین شیر ظاهر شود

$$f(x, p) = P(X = x) = pq^{x-1} \quad x = 1, 2, \dots$$

**نکته:** توزیع هندسی فاقد حافظه است یعنی:

$$P(X \geq s + t | X \geq t) = P(X \geq s)$$

**مثال:** احتمال اینکه فردی در امتحانی پذیرفته شود  $0/9$  است احتمال اینکه فرد در سومین امتحانی می‌دهد پذیرفته شود چقدر است؟

$$f(3, 0/9) = P(X = x) Pq^{x-1} = 0/9 \times 0/1^{3-1} = 0/009$$



## توابع چگالی احتمال پیوسته

شرط آنکه یک تابع، تابع چگالی احتمالی باشد آن است که:

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

### ۱- توزیع یکنواخت

در این مدل احتمال وقوع متغیر تصادفی در بازه  $(a, b)$  مقدار ثابتی است و تابع چگالی آن به صورت

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

$$\mu = E(x) = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{var}(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$\sigma_x = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$$

## توزیع نرمال مهم

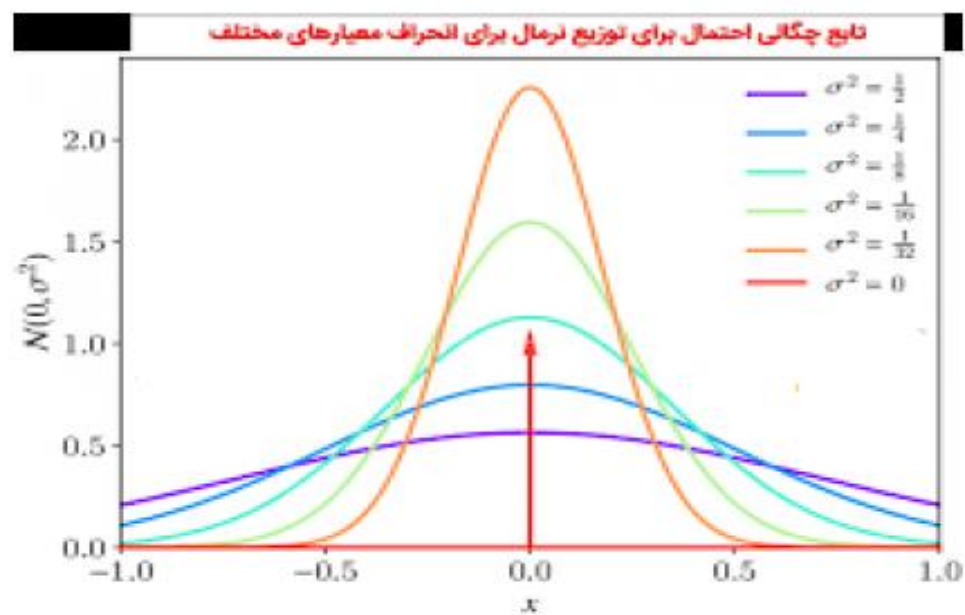
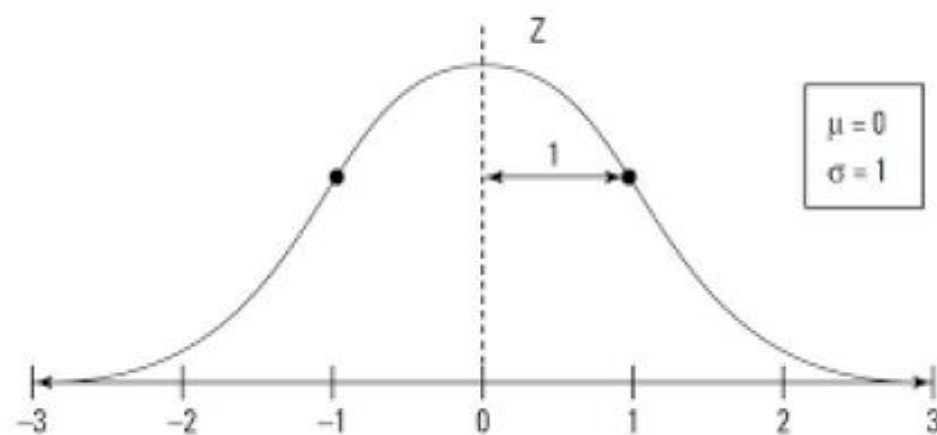
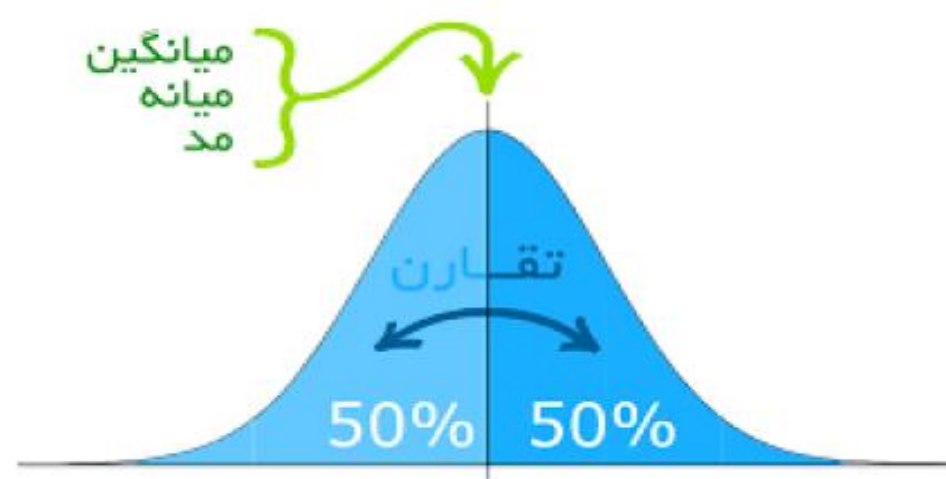
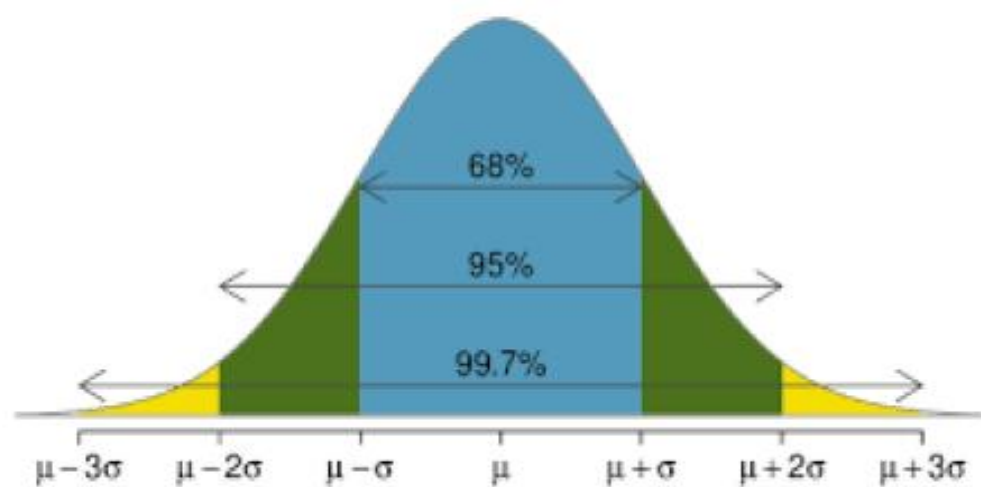
توزیع نرمال یک توزیع متقارن است که در آن میانگین، میانه، مد برابرند و نمودار آن شبیه یک

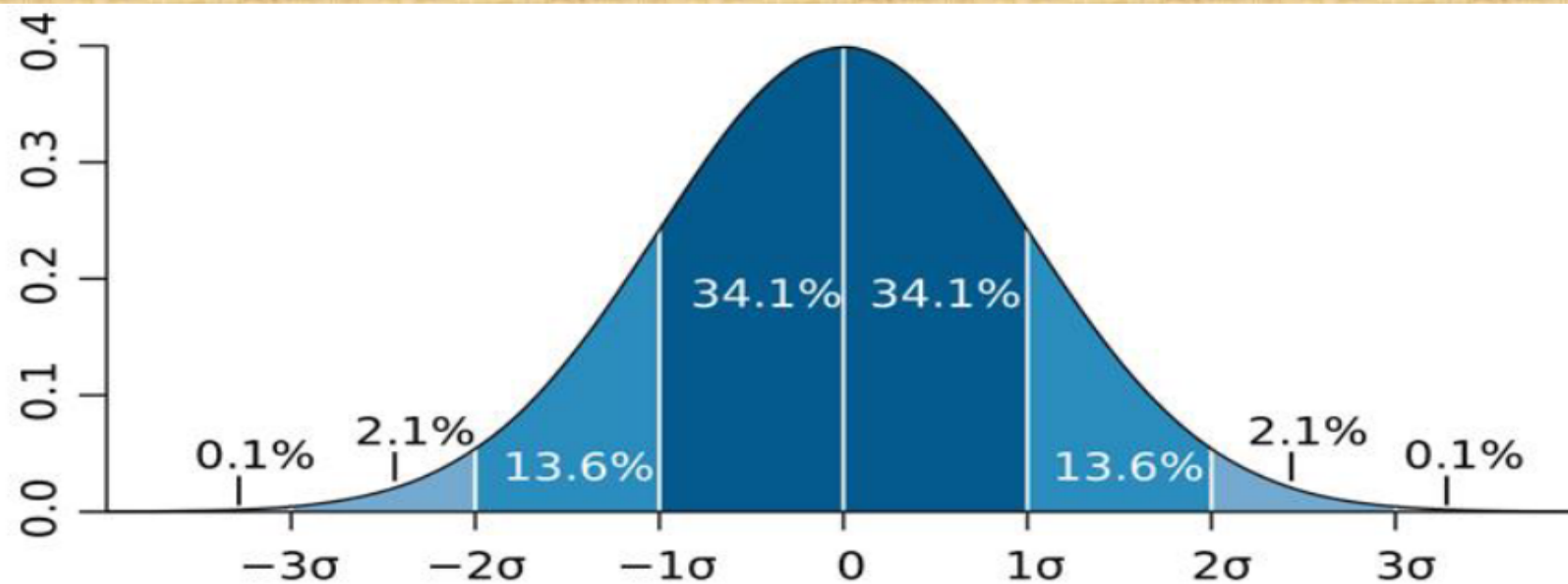
زنگوله است تابع چگالی توزیع نرمال بصورت  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$  می باشد که با نماد

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$  نشان می دهیم. برای سهولت در محاسبات با استفاده از تغییر متغیر  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$  این

توزیع را به نرمال استاندارد با میانگین صفر و واریانس تبدیل می کنیم که در این صورت تابع

چگالی نرمال استاندارد به صورت  $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$  می باشد و با نماد  $Z \sim N(0, 1)$  نشان می دهیم





$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$
 بطور کلی  $Z \sigma_s + \mu_s = \text{نمره استاندارد}$

T نمره  $T = 10Z + 50$

IQ بهره هوشی  $IQ = 15Z + 100$

نمره نه گانه  $= 2z + 5$

نمره تراز شده آزمون هوشی وکسلر  $Z_w = 15Z + 100$

نمره تراز شده ی آزمون هوشی استنفورد بینه  $Z_{st} = 16Z + 100$

نمره تراز شده CEEB  $Z_{ceeb} = 100z + 500$



## ارشد ۹۴

توزیع متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع نرمال با میانگین  $100$  و واریانس  $25$  است، نمره  $Z$  نرمال متناظر با  $X = 120$  برابر چه عددی است؟

- (۱)  $-4$       (۲)  $8$       (۳)  $4$       (۴)  $0.8$

**گزینه ۴ صحیح است**

$$\sigma^2 = 25 \Rightarrow \sigma = 5$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{120 - 100}{5} = 4$$

## ارشد ۹۶

$-38$  کدامیک از نمرات  $Z$  برای نمره‌ای که صرفاً کمی کوچک‌تر از میانگین است، معرفی می‌باشد؟

- (۱)  $0$       (۲)  $-0.1$       (۳)  $-2$       (۴)  $2$

**گزینه ۲ صحیح است** چون کمترین عدد منفی نزدیک به صفر است



## ارشد علوم تربیتی ۹۷

۳۸- در یک نمونه تصادفی ۴۰۰ نفری توزیع نمرات خلاقیت کلامی دانش‌آموزان نرمال با میانگین ۱۳۵ و انحراف استاندارد ۱۸ است. تقریباً نمره خلاقیت چند دانش‌آموز کمتر یا مساوی ۱۷۱ است؟

(۱) ۱۸۹

(۲) ۲۲۹

(۳) ۳۳۶

(۴) ۳۹۲

$$n = 400, \sigma = 18, \mu = 135$$

$$p(x \leq 171) = p(z \leq \frac{171 - 135}{18}) = p(z \leq 2) = 0.9772$$

$$p = \frac{x}{n} \Rightarrow x = p.n = 0.9772 \times 400 = 390.88 \approx 391$$

گزینه ۴ صحیح است

در یک منحنی توزیع نرمال، فاصله بین +۱ تا +۲ انحراف معیار، چقدر از سطح زیر منحنی را اشغال می‌کند؟

- ۰/۹۵۴۴ (۱)
- ۰/۴۷۷۲ (۲)
- ۰/۳۴۱۳ (۳)
- ۰/۱۳۵۹ (۴)

گزینه ۴ صحیح است

$$p(+1 \leq z \leq +2) = 0/4772 - 0/3413 = 0/1359$$

دکتر ی ۹۹

با تبدیل  $Y = 2\left(\frac{x - \bar{x}}{s}\right) + 5$ ، کدام نمره استاندارد به دست می‌آید؟

- (۱) نه بخشی
- (۲) رتبه‌های درصد
- (۳) هوشبهر انحرافی
- (۴) معادل بهنجار

گزینه ۱ صحیح است طبق رابطه  $= 2z + 5$  نمره نه گانه

در یک توزیع بهنجار، با میانگین و واریانس ۱۰۰، نمره خام ۱۲۵، معادل کدام نمره در مقیاس T است؟

(۱) ۶۵

(۲) ۷۰

(۳) ۷۵

(۴) ۸۰

گزینه ۳ صحیح است

$$\sigma^2 = 100 \Rightarrow \sigma = 10$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{125 - 100}{10} = 2/5 \Rightarrow T = 10z + 50 = 10 \times 2/5 + 50 = 75$$

ارشد علوم تربیتی ۹۵

۳۷- در توزیع نمره‌های عزت نفس  $\bar{X} = 30$  و  $S^2 = 25$  است. در صورتی که نمره استاندارد ۹ بخشی فردی برابر با ۶

باشد، نمره خام عزت نفس او چقدر است؟

(۱) ۳۱

(۲) ۳۲/۵

(۳) ۳۴/۵

(۴) ۳۶

$$\text{نمره نه گانه} = 2z + 5 \Rightarrow 6 = 2z + 5 \Rightarrow 2z = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{2}$$

$$\sigma^2 = 25 \Rightarrow \sigma = 5$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow z \times \sigma = x - \mu \Rightarrow x = \mu + z \sigma = 30 + \frac{1}{2} \times 5 = 32/5$$

گزینه ۲ درست است

# آمار و روش تحقیق

برآورد گر ها و برآورد فاصله ای

مدرس : علی زارعی

## توزیع‌های نمونه‌گیری

**برآوردگر:** هر تابعی از نمونه که به پارامتر یا پارامترهای جامعه بستگی نداشته باشد برآوردگر یا آماره گویند مقدار عددی برآوردگر را برآورد گویند.

## ویژگیهای برآوردگر:

۱- **نااریب باشد** یعنی  $E(\hat{\theta}) = \theta$  که  $b = \theta - E(\hat{\theta})$  را مقدار اریبی گویند.

۲- **کارایی:** داشته باشد یعنی دارای کمترین واریانس باشد به عنوان مثال اگر  $\theta_1$  و  $\theta_2$  برآوردگرهای

یک آماره باشد و  $\text{var}(\theta_1) \leq \text{var}(\theta_2)$  باشد آنگاه  $\theta_1$  از  $\theta_2$  کاراتر است به طور کلی  $e = \frac{\text{var}(\theta_2)}{\text{var}(\theta_1)}$

اگر  $\left. \begin{array}{l} e > 1 \text{ یعنی } \theta_1 \text{ کاراتر از } \theta_2 \\ e = 1 \text{ یعنی ارجحیت نسبت به یکدیگر ندارند} \\ e < 1 \text{ یعنی } \theta_2 \text{ کاراتر از } \theta_1 \end{array} \right\}$

۳- **سازگاری:** برآورد کننده  $\hat{\theta}$  را سازگار گویند. اگر با بزرگ شدن اندازه نمونه از لحاظ احتمال به

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |P_{\theta} - \hat{P}_{\theta}| = 0$$

سمت پارامتر  $\theta$  میل کنند یعنی

## ۴- کفایت



## توزیع میانگین نمونه‌ای:

۱- جامعه متناهی باشد یعنی اگر  $\frac{n}{N} > 0.05$  باشد جامعه را متناهی گویند که در این صورت نیاز به

تصحیح واریانس است و  $\frac{N-n}{N-1}$  که ضریب تصحیح واریانس گویند.

$$E(\bar{X}) = \mu, \quad \text{var}(\bar{X}) = \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\sigma^2}{n}$$

۲- جامعه نامتناهی باشد: اگر  $\frac{n}{N} \leq 0.05$  باشد جامعه را نامتناهی گویند و ضریب تصحیح واریانس تقریباً

یک است.

$$E(\bar{X}) = \mu, \quad \text{var}(\bar{X}) = \frac{\sigma_x^2}{n}$$

## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۱۰۷- چرا  $\bar{X}$  یک برآوردگر بدون سوگیری از  $\mu$  است؟

(۱) چون توزیع نمونه‌گیری  $\bar{X}$  نرمال است.

(۲) چون میانگین توزیع نمونه‌گیری  $\bar{X}$  برابر  $\mu$  است.

(۳) چون  $\bar{X}$  دارای توزیع نمونه‌گیری با واریانس  $\frac{\sigma^2}{n}$  است.

(۴) چون واریانس توزیع نمونه‌گیری  $\bar{X}$  به واریانس جامعه نزدیک‌تر است.

گزینه ۲ صحیح است

## ارشد ۹۸

۳۸- در یک نمونه تصادفی ۵۰ نفری از نوجوانان، میانگین سن ۱۵ و انحراف استاندارد آن ۳ است. واریانس سن این نمونه بعد از گذشت ۵ سال، کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۹

(۳) ۱۵

(۴) ۲۰

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = 3^2 = 9$$

گزینه ۲ صحیح است

ارشد ۹۶

۳۲- خطای معیار برآورد میانگین در کدام مورد بیشتر است؟

$$s^2 = 9 ; n = 16 \quad (1)$$

$$s^2 = 16 ; n = 90 \quad (2)$$

$$s^2 = 25 ; n = 100 \quad (3)$$

$$s^2 = 4 ; n = 25 \quad (4)$$

$$\text{var}(\bar{x}) = \frac{\sigma_x^2}{n} \Rightarrow \text{var}(\bar{x}) = \frac{9}{16} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$\text{var}(\bar{x}) = \frac{\sigma_x^2}{n} \Rightarrow \text{var}(\bar{x}) = \frac{16}{90} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{4}{\sqrt{90}} = 0.42$$

$$\text{var}(\bar{x}) = \frac{\sigma_x^2}{n} \Rightarrow \text{var}(\bar{x}) = \frac{25}{100} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\text{var}(\bar{x}) = \frac{\sigma_x^2}{n} \Rightarrow \text{var}(\bar{x}) = \frac{4}{25} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{2}{5} = 0.4$$

گزینه ۱ صحیح است

دکتری ۹۸

واریانس داده‌های یک جامعه برابر ۳۶ است. حجم نمونه را چقدر انتخاب کنیم که واریانس میانگین نمونه برابر ۰/۳ باشد؟

۱۸ (۱)

۲۰ (۲)

۱۲۰ (۳)

۴۰۰ (۴)

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \Rightarrow n = \frac{\sigma^2}{\sigma_{\bar{x}}^2} = \frac{36}{0.3} = 120$$

گزینه ۳ صحیح است

**شرایط تقریب خوب به نرمال:**

هرگاه توزیع فراوانی متقارن باشد اگر  $n \geq 30$  باشد توزیع  $\bar{x}$  را تقریباً نرمال در نظر می‌گیریم و در صورتی که توزیع فراوانی چوله باشد اگر  $n \geq 100$  باشد توزیع  $\bar{x}$  را تقریباً نرمال در نظر می‌گیریم.

۴۰- متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع  $X \sim N(70, 12)$  است. در یک نمونه تصادفی با ۳۶ مشاهده، احتمال مشاهده کدام

میانگین کمتر است؟

- (۱)  $p(\bar{x} \geq 74)$  (۲)  $p(\bar{x} \leq 70)$  (۳)  $p(64 \leq \bar{x} \leq 76)$  (۴)  $p(66 \leq \bar{x} \leq 72)$

گزینه ۱ صحیح است

$$\mu = 70, \sigma^2 = 12 \Rightarrow \sigma = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}, n = 36 \Rightarrow \sqrt{36} = 6, \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$a) p(\bar{x} \geq 74) = p(z \geq \frac{74 - 70}{\frac{1}{\sqrt{3}}}) = p(z \geq 4\sqrt{3}) = 0$$

$$b) p(\bar{x} \leq 70) = p(z \leq \frac{70 - 70}{\frac{1}{\sqrt{3}}}) = p(z \leq 0) = 0.5$$

$$c) p(64 \leq \bar{x} \leq 76) = p(\frac{64 - 70}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \leq z \leq \frac{76 - 70}{\frac{1}{\sqrt{3}}}) = p(-6\sqrt{3} \leq z \leq 6\sqrt{3}) = 1$$

$$d) p(66 \leq \bar{x} \leq 72) = p(\frac{66 - 70}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \leq z \leq \frac{72 - 70}{\frac{1}{\sqrt{3}}}) = p(-4\sqrt{3} \leq z \leq 2\sqrt{3}) = 1$$



۲۴- در صورتی که متغیر  $X$  دارای توزیع نرمال با  $\mu=65$  و  $\sigma=12$  باشد، در یک نمونه تصادفی  $n=36$  احتمال مشاهده کدام میانگین بیشتر است؟

(۱)  $P(\bar{X} \leq 63)$  (۲)  $P(\bar{X} \geq 67)$  (۳)  $P(61 \leq \bar{X} \leq 65)$  (۴)  $P(67 \leq \bar{X} \leq 70)$

$$\mu = 70, \sigma^2 = 12 \Rightarrow \sigma = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}, n = 36 \Rightarrow \sqrt{36} = 6, \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$a) p(\bar{x} \leq 63) = p(z \leq \frac{63-65}{\frac{1}{\sqrt{3}}}) = p(z \leq -2\sqrt{3}) = 0$$

$$b) p(\bar{x} \geq 67) = p(z \geq \frac{67-65}{\frac{1}{\sqrt{3}}}) = p(z \geq +2\sqrt{3}) = 0$$

$$c) p(61 \leq \bar{x} \leq 65) = p(\frac{61-65}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \leq z \leq \frac{65-65}{\frac{1}{\sqrt{3}}}) = p(-4\sqrt{3} \leq z \leq 0) = 0.5$$

$$d) p(67 \leq \bar{x} \leq 70) = p(\frac{67-65}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \leq z \leq \frac{70-65}{\frac{1}{\sqrt{3}}}) = p(+2\sqrt{3} \leq z \leq 5\sqrt{3}) = 0$$

گزینه ۳ صحیح است

**شرایط تقریب توزیع دو جمله‌ای به توزیع نرمال:** اگر  $X$  دارای توزیع دو جمله‌ای با پارامترهای  $n$  و  $p$  باشد در صورتی که  $n$  بزرگ باشد  $X$  دارای توزیع تقریبی نرمال با میانگین  $\mu = np$  و واریانس  $\text{var}(x) = npq$  است.

شرایط خوب برای استفاده از این تقریب آن است که  $n > 20$  (۱) و  $nP > 5$  و  $nq > 5$  که در این صورت باید تصحیح پیوستگی انجام گیرد چون توزیع دو جمله‌ای گسسته و توزیع نرمال پیوسته است.

$$P(a \leq x \leq b) = P(a - 0.5 < x < b + 0.5) = P\left(\frac{a - 0.5 - nP}{\sqrt{nPq}} < z < \frac{b + 0.5 - nP}{\sqrt{nPq}}\right)$$

**دکتری ۹۹**

در تقریب نرمال از توزیع دو جمله‌ای اگر  $n = 36$  و  $p = q$  باشد، انحراف استاندارد کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۹

(۳) ۱۲

(۴) ۱۸

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{36 \times 0.5 \times 0.5} = \sqrt{9} = 3$$

**گزینه یک صحیح است**

**توزیع نسبت:** اگر  $\bar{P} = \frac{x}{n}$  را به عنوان تبدیل خطی در نظر بگیریم هر  $n$  به اندازه کافی بزرگ باشد

در این صورت  $E(x) = \mu = P$  و  $\text{var}(x) = \frac{\bar{P}q}{n}$

**مثال:** اگر نسبت موفقیت در جامعه‌ای  $0/8$  باشد و از این جامعه یک نمونه  $100$  تایی انتخاب کنیم احتمال اینکه نسبت موفقیتها بیش از  $0/74$  باشد را بدست آورید.

$$P(\bar{P} \geq 0/74) = P\left(z > \frac{\bar{P} - P}{\sqrt{\frac{Pq}{n}}}\right) = P\left(z > \frac{0/74 - 0/8}{\sqrt{\frac{0/8 \times 0/2}{100}}}\right) = P(z > 1/5) = 0/0668$$

**توزیع نمونه‌ای اختلاف بین میانگینهای دو جامعه نرمال مستقل وقتی واریانس جامعه معلوم باشد:** در

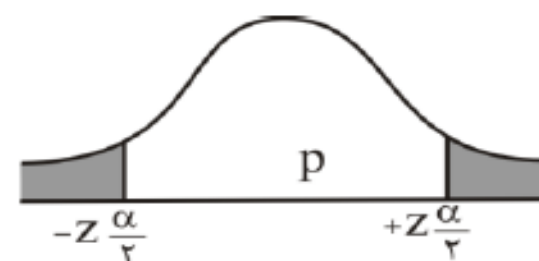
این صورت کوواریانس بین دو جامعه صفر است بنابراین:

$$E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \mu_1 - \mu_2, \quad \text{var}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$$

**برآورد فاصله‌ای میانگین واقعی جامعه وقتی واریانس جامعه معلوم باشد.**

در این صورت از توزیع نرمال (Z) استفاده می‌کنیم که در سطح اطمینان P می‌توان به صورت زیر نوشت ( $\alpha$ : سطح خطا و  $\alpha + P = 1$ )

$$\pm Z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \Rightarrow \mu : \bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



**نکته ۱:**  $L = 2Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  طول فاصله اطمینان و  $d = |\bar{x} - \mu| = Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  خطای برآورد

**نکته ۲:**  $R = X_{\max} - X_{\min}$      $\sigma_x \approx \frac{R}{6}$     &     $\sigma_x \approx \frac{R}{4}$

**نکته ۳:**  $\mu = \frac{UCL + LCL}{2}$  ,  $UCL = \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  ,  $LCL = \bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$



**مثال:** از جامعه با انحراف استاندارد ۱۰ یک نمونه ۲۵ گرفته‌ایم که میانگین نمونه ۷۸ بدست آمده است یک برآورد فاصله‌ای ۹۵٪ برای میانگین واقعی جامعه بنویسید.

$$\alpha = 1 - P = 1 - 0.95 = 0.05, \quad \frac{\alpha}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025, \quad Z_{0.025} = 1.96$$

$$\mu: \bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 78 \pm 1.96 < \frac{10}{\sqrt{25}} \Rightarrow 74.08 < \mu < 81.92$$

**حفظ شود**  $Z_{0.025} = 1.96$   $Z_{0.5} = 1.645$   
 ارشد ۱۴۰۲

۵۶- با فرض اینکه توزیع متغیری در جامعه نرمال و حداقل نمره ممکن آن ۳ و حداکثر نمره آن ۵۱ است، کدام مورد را می‌توان برآوردی از انحراف استاندارد متغیر در نظر گرفت؟

- |       |        |
|-------|--------|
| ۴ (۱) | ۶ (۲)  |
| ۸ (۳) | ۱۷ (۴) |

$$R = X_{\max} - X_{\min} = 51 - 3 = 48$$

$$\sigma_X \approx \frac{R}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

**گزینه ۳ صحیح است**



۵۹- توزیع نمرات عزت نفس در جامعه نرمال با میانگین ۱۲۰ و انحراف استاندارد ۲۵ است. کدام مورد درخصوص این توزیع، تقریباً درست است؟

- (۱) ۳۳ درصد از نمرات، در دامنه ۹۵ تا ۱۲۵ قرار دارند. (۲) ۶۸ درصد از نمرات، در دامنه ۱۲۰ تا ۱۵۰ قرار دارند.  
(۳) ۹۵ درصد از نمرات، در دامنه ۷۰ تا ۱۷۰ قرار دارند. (۴) ۹۹ درصد نمرات، در دامنه ۱۱۵ تا ۱۲۵ قرار دارند.

گزینه ۳ صحیح است

$$Z_{\alpha/2} = 1/96 \approx 2$$

$$UCL = \bar{x} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 120 + 2 \times 25 = 170, LCL = \bar{x} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 120 - 2 \times 25 = 70$$

دکتری ۹۶

در یک نمونه ۲۵ نفری فاصله اطمینان ۹۵٪ میانگین جامعه  $\bar{X} \pm 20$  می‌باشد. اگر اطلاعات مشابهی از گروه نمونه‌ای ۱۰۰ نفری به دست آوریم، فاصله اطمینان ۹۵٪ میانگین جامعه کدام خواهد بود؟

$$\bar{X} \pm 5 \quad (2)$$

$$\bar{X} \pm 10 \quad (1)$$

$$\bar{X} \pm 40 \quad (4)$$

$$\bar{X} \pm 20 \quad (3)$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}}{Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}} \Rightarrow \frac{d_2}{20} = \frac{Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_2}{\sqrt{100}}}{Z_{\alpha/2} \frac{\sigma_1}{\sqrt{25}}} \Rightarrow \frac{d_2}{20} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{25}}} \Rightarrow \frac{d_2}{20} = \frac{5}{1} \Rightarrow d_2 = \frac{5 \times 20}{1} = 10$$

گزینه یک صحیح است

$$\mu: \bar{X} \pm 10$$

**برآورد فاصله‌ای میانگین واقعی واریانس جامعه نامعلوم باشد** در این صورت با استفاده از واریانس نمونه و با توجه به حجم نمونه از توزیع Z یا t استفاده می‌شود.

**الف) برآورد فاصله‌ای میانگین واقعی جامعه وقتی واریانس جامعه نامعلوم باشد و حجم نمونه بیش‌تر از ۳۰ باشد** در این صورت طبق قضیه حد مرکزی از توزیع Z استفاده می‌شود.

$$\mu: \bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

**ب) حجم نمونه کمتر از ۳۰ باشد** در این صورت به جای توزیع Z از توزیع t با درجه آزادی ( $v = df = n - 1$ ) استفاده می‌شود.

$$\mu: \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, df} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

**مثال:** در یک نمونه ۱۶ تایی میانگین نمونه ۶۵ و واریانس نمونه ۸۱ بدست آمده است یک برآورد فاصله‌ای ۹۵٪ برابری میانگین واقعی جامعه بنویسید.

$$n = 16 < 30 \rightarrow t$$

$$s^2 = 81 \Rightarrow s = 9$$

$$\bar{x} = 65$$

$$n = 16$$

$$\mu: \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, df} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 65 \pm t_{0.05, 15} \cdot \frac{9}{\sqrt{16}} = 65 \pm 1.753 \times \frac{9}{4} \Rightarrow 61.055 < \mu < 68.944$$

۴۷ اگر توزیع متغیر  $X$  در جامعه نرمال، انحراف استاندارد آن در جامعه نامعلوم و اندازه نمونه  $n \leq 30$  باشد، از کدام مورد برای محاسبه کرانه خطا (Margin of error) استفاده می‌شود؟

$$\log\left(z_{\frac{\alpha}{2}}\right) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (۱)$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (۲)$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (۴)$$

$$t_{\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (۳)$$

گزینه ۴ درست است چون حجم نمونه  $n$  کمتر از ۳۰ است  
بر آورد فاصله‌ای یک طرفه

کافی است به جای  $\frac{\alpha}{2}$  از  $\alpha$  استفاده کنیم

$$\mu: \bar{X} + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

یک طرفه بالا

$$\mu: \bar{X} - z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

یک طرفه پائین

## برآورد فاصله‌ای نسبتها:

برای نسبتها اغلب از توزیع Z استفاده می‌شود.

$$\bar{P} = \frac{x}{n}, \quad \bar{q} = 1 - \bar{P}, \quad \sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{\bar{P}\bar{q}}{n}}$$

$$P: \bar{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{P}\bar{q}}{n}}$$

**مثال:** از بین ۱۰۰ کالا ۲۰ کالا معیوب یک برآورد فاصله‌ای در سطح خطای ۵٪ برای نسبت کالاهای

معیوب بنویسید

$$\bar{P} = \frac{x}{n} = \frac{20}{100} = 0.2 \quad q = 1 - \bar{P} = 1 - 0.2 = 0.8$$

$$P: \bar{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{P}\bar{q}}{n}} = 0.2 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{100}} \Rightarrow 0.1216 < P < 0.2784$$



## ارشد ۱۴۰۲

۵۷- در یک نمونه تصادفی ۱۰۰ نفری از افراد بزرگسال، ۲۰ نفر در طی دو سال گذشته از خدمات روان‌شناختی استفاده کرده‌اند. خطای استاندارد نسبت استفاده از خدمات کدام است؟

(۲) ۰/۰۴

(۱) ۰/۲

(۴) ۰/۱۶

(۳) ۰/۰۸

$$\sigma = \sqrt{\frac{\bar{P}\bar{q}}{n}} = \sqrt{\frac{0/2 \times 0/8}{100}} = 0/04$$

گزینه ۲ صحیح است

## برآورد فاصله‌ای واریانس و انحراف معیار:

همانگونه که می‌دانیم  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$  دارای توزیع خی دو با درجه آزادی  $v = df = n-1$  است

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2$$

$$\sigma_u^2 = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, df}^2}, \quad \sigma_L^2 = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}, df}^2}, \quad \sigma_L^2 < \sigma^2 < \sigma_u^2$$

$$\sigma_u = s \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, df}^2}}, \quad \sigma_L = s \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{\frac{\alpha}{2}, df}^2}}, \quad \sigma_L < \sigma < \sigma_u$$

**مثال:** در یک نمونه ۱۰ تایی  $s^2 = ۸۰$  بدست آمده است یک برآورد فاصله‌ای ۹۰٪ برای واریانس واقعی جامعه بنویسید.

$$df = n - 1 = 10 - 1 = 9$$

$$\alpha = 1 - 0.9 = 0.1$$

$$\chi^2_{0.05, 9} = 16.919$$

$$\chi^2_{0.95, 9} = 3.325$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.1}{2} = 0.05 \Rightarrow \chi^2_{0.05, 9} = 16.919 \Rightarrow \sigma_L^2 = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, df}} = \frac{9 \times 80}{16.919} = 42.555$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.05 = 0.95 \Rightarrow \chi^2_{0.95, 9} = 3.325 \Rightarrow \sigma_U^2 = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, df}} = \frac{9 \times 80}{3.325} = 216.54$$

## توزیع اختلاف میانگینها:

$$E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \mu_1 - \mu_2 \quad , \quad \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}^2 = \sigma_{\bar{X}_1}^2 + \sigma_{\bar{X}_2}^2 - 2 \text{cov}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$$

$$\text{cov}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = 0 \Rightarrow \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}^2 = \sigma_{\bar{X}_1}^2 + \sigma_{\bar{X}_2}^2$$

$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\sigma_{\bar{X}_1}^2 + \sigma_{\bar{X}_2}^2} \Rightarrow \sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

بر آورد فاصله‌ای اختلاف میانگین دو جامعه نرمال مستقل وقتی واریانس جوامع معلوم باشد در این صورت بدون توجه به حجم نمونه از توزیع Z استفاده می‌شود.

$$\mu_2 - \mu_1 : \bar{X}_2 - \bar{X}_1 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

و اگر عدد صفر در بازه بدست آمده قرار گیرد یعنی اختلاف بر اثر عامل تصادفی است



**مثال:** از دو جامعه نرمال مستقل با واریانس  $\sigma_1^2 = 60$  و  $\sigma_2^2 = 45$  نمونه‌های  $n_1 = 10$  و  $n_2 = 10$  گرفته‌ایم که  $\bar{X}_1 = 40$  و  $\bar{X}_2 = 45$  بدست آمده یک برآورد فاصله‌ای ۹۵٪ برای اختلاف میانگین دو جامعه بنویسید و توضیح دهدی اختلاف بر اثر عامل تصادفی است.

$$\mu_2 - \mu_1 : \bar{X}_2 - \bar{X}_1 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$\mu_2 - \mu_1 : 45 - 40 \pm 1/96 \sqrt{\frac{60}{10} + \frac{45}{10}} = 5 \pm 5/88 \Rightarrow -0/88 < \mu_2 - \mu_1 < 10/88$$

چون عدد صفر در بازه قرار می‌گیرد بنابراین اختلاف بر اثر عامل تصادفی است.

**برآورد فاصله اختلاف میانگین دو جامعه نرمال مستقل وقتی واریانس جوامع نامعلوم باشد:**

با فرض برابری واریانسها دو حالت امکان دارد رخ دهد

**الف) حجم نمونه‌ها بیشتر از ۳۰ باشد:** در این صورت طبق قضیه حد مرکزی می‌توان از توزیع Z

با استفاده از واریانس نمونه‌ها برآورد فاصله‌ای را نوشت

$$\mu_2 - \mu_1 : \bar{X}_2 - \bar{X}_1 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

۵۱- کدام فاصله اطمینان منجر به تأیید فرض  $H_0: \pi = 0.62$  می‌شود؟

(۱)  $0.50 \leq \pi \leq 0.55$

(۲)  $0.65 \leq \pi \leq 0.73$

(۳)  $0.58 \leq \pi \leq 0.39$

(۴)  $0.76 \leq \pi \leq 0.22$

**گزینه ۴ درست است چون  $0.62$  در این بازه قرار می‌گیرد**

**ب) حجم نمونه‌ها کمتر از ۳۰ باشد:** در این از توزیع  $t$  و درجه آزادی  $df = n_1 + n_2 - 2$  استفاده می‌شود

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}, \quad s_p = \sqrt{s_p^2}$$

$$\mu_2 - \mu_1: \bar{X}_2 - \bar{X}_1 \pm t_{\frac{\alpha}{2}, df} \cdot s_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

**مثال:** یک برآورد فاصله‌ای ۹۰٪ برای اختلاف میانگین دو جامعه A و B که نمونه‌های زیر از آنها بدست آمده است بنویسید.

| A                 | B                |
|-------------------|------------------|
| $\bar{x}_1 = 100$ | $\bar{x}_2 = 95$ |
| $s_1^2 = 90$      | $s_2^2 = 100$    |
| $n_1 = 8$         | $n_2 = 14$       |

$$df = n_1 + n_2 - 2 = 8 + 14 - 2 = 20.$$

$$s_p^2 = s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{7 \times 90 + 13 \times 100}{20} = 96/5$$

$$s_p = \sqrt{s_p^2} = \sqrt{96/5} = 9/82$$

بنابراین

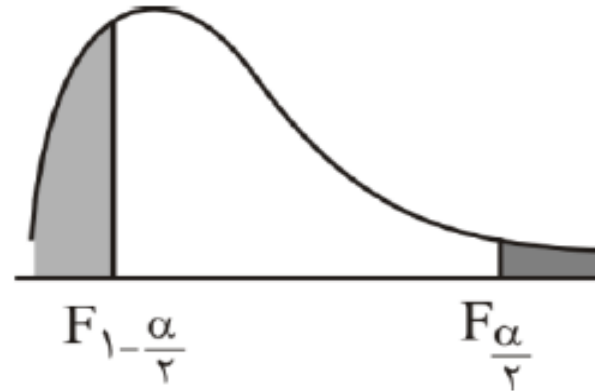
$$\mu_2 - \mu_1 : \bar{x}_2 - \bar{x}_1 \pm t_{\frac{\alpha}{2}, df} \cdot s_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \Rightarrow$$

$$\mu_2 - \mu_1 : 100 - 95 \pm 1/725 \times 9/82 \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{14}} = 5 \pm 3/279 \Rightarrow 1/72 < \mu_2 - \mu_1 < 8/279$$

اختلاف بین میانگین دو جامعه واقعی است.

## برآورد فاصله‌ای نسبت دو واریانس:

همان گونه که می‌دانیم نسبت دو واریانس دارای توزیع  $F$  یا فیشر است که چوله به راست است با درجات آزادی  $v_1 = df_1 = n_1 - 1$  ,  $v_2 = df_2 = n_2 - 1$



$$\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}, v_1, v_2}} \cdot \frac{s_1^2}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2} \cdot F_{1-\frac{\alpha}{2}, v_1, v_2}$$

می‌دانیم  $F_{1-\frac{\alpha}{2}, v_1, v_2} = \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}, v_2, v_1}}$  بنابراین:

$$\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}, v_1, v_2}} \cdot \frac{s_1^2}{s_2^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2} \cdot F_{\frac{\alpha}{2}, v_2, v_1}$$

## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۱۰۹- با تکرار زیاد یک آزمایش نسبت واریانس مداخله A به مداخله B از کدام توزیع پیروی می‌کند؟

$\chi_n^2$  (۱)

$T(n-2)$  (۲)

$Z(n-2)$  (۳)

$F(n_A-1, n_B-1)$  (۴)

گزینه ۴ صحیح است



## آزمون فرض‌های آماری:

هرگاه ادعایی مطرح شود از آزمون فرض‌های آماری استفاده می‌شود آنچه ادعا شده اغلب  $H_1$  در نظر گرفته می‌شود و نقیض آن در  $H_0$  قرار می‌گیرد که در نتیجه تصمیم گرفته شده و واقعیت امکان دارد دو نوع خطا رخ دهد

۱- خطای نوع اول ( $\alpha$ ): احتمال رد  $H_0$  در صورتی که  $H_0$  درست باشد و با حرف  $\alpha$  نشان می‌دهیم  
 $\alpha = P(H_0 \text{ درست باشد} \mid H_0)$

۲- خطای نوع دوم ( $\beta$ ): احتمال پذیرش  $H_0$  در صورتی که  $H_0$  نادرست باشد و با حرف  $\beta$  نشان می‌دهیم  
 $\beta = P(H_0 \text{ نادرست باشد} \mid H_0)$

۳- توان آزمون ( $\pi$ ): احتمال رد  $H_0$  در صورتی که  $H_0$  نادرست باشد و با حروف  $\pi$  نشان می‌دهیم. توان آزمون متمم خطای نوع دوم است  $\pi = 1 - \beta$  و  $\pi = P(H_0 \text{ نادرست باشد} \mid H_0)$

**نکته ۱:** با افزایش حجم نمونه خطای نوع اول و دوم کاهش می‌یابد

**نکته:** مجموع خطای نوع اول و دوم ثابت است یعنی با افزایش خطای نوع اول خطای نوع دوم کاهش می‌یابد و بالعکس

### نتایج ممکن یک آزمون فرض

| وضعیت             | تصمیم       | H. پذیرفته می شود.                             | H. رد می شود.                                   |
|-------------------|-------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| اگر H. درست باشد. | تصمیم درست. | خطای نوع I<br>احتمال $= \alpha$<br>سطح آزمون = | خطای نوع II<br>احتمال $= \beta$<br>توان آزمون = |
| اگر H. غلط باشد.  | تصمیم درست. | خطای نوع I<br>احتمال $= \alpha$<br>سطح آزمون = | خطای نوع II<br>احتمال $= \beta$<br>توان آزمون = |

**نکته ۳:** در ساخت فرضیه علامت مساوی همیشه در H. قرار دارد یعنی کلمات حداقل - حداکثر و برابر

## ارشد ۹۴

بالا بودن توان آزمون در یک مطالعه، بیانگر کدام مورد است؟

- (۱) بالا بودن خطای نوع اول است.
- (۲) پائین بودن خطای نوع اول است.
- (۳) بالا بودن خطای نوع دوم است.
- (۴) بالا بودن هر دو خطا است.

توان آزمون  $= 1 - \beta$  بنابراین (توان آزمون)  $1 - \beta$  پس اگر توان آزمون بالا برود خطای نوع دوم کاهش می یابد و چون در یک آزمون مجموع خطای نوع اول و دوم ثابت است با کاهش خطای نوع دوم خطای نوع اول افزایش می یابد پس گزینه ۱ صحیح است

## ارشد ۹۵

کدام احتمال، نشان دهنده  $1 - \beta$  است؟

- (۱) رد  $H_0$  غیر صحیح  $p$
- (۲) عدم رد  $H_0$  غیر صحیح  $p$
- (۳) رد  $H_0$  صحیح  $p$
- (۴) عدم رد  $H_0$  صحیح  $p$

$1 - \beta$  یعنی توان آزمون بنابراین یعنی رد  $H_0$  وقتی  $H_0$  نادرست است پس گزینه ۱ صحیح است

### ارشد ۹۷

در صورتی که احتمال خطای نوع اول و خطای نوع دوم هر دو برابر ۰/۵ باشد، توان  $(1 - \beta)$  برابر چند است؟

(۱) ۰/۵

(۲) ۰/۹۵

(۳) ۰/۲۵

(۴) ۰/۰۵

گزینه ۱ صحیح است چون  $1 - \beta = 1 - 0/5 = 0/5 = \text{توان آزمون}$

### ارشد ۹۹

۴۸- در مقایسه آزمون‌های یک دامنه با آزمون‌های دو دامنه، کدام مورد درست است؟

(۱) احتمال رد  $H_0$  درحالی که آن درست است، بیشتر است.

(۲) احتمال تأیید  $H_0$  درحالی که آن غلط است، بیشتر است.

(۳) احتمال رد  $H_0$  درحالی که آن درست است، کمتر است.

(۴) احتمال تأیید  $H_0$  درحالی که آن غلط است، کمتر است.

گزینه ۴ درست است



۴۹- یک تبیین علمی که هنوز به طور مناسبی آزمون نشده است، چه نام دارد؟

- (۱) اصل
- (۲) تئوری
- (۳) فرضیه
- (۴) قانون

گزینه ۳ صحیح است

دکتری ۹۴

۶- مهمترین محدودیت آزمون فرض صفر چیست؟

- (۱) خطای نوع اول
- (۲) وابستگی به حجم نمونه
- (۳) خطای نوع دوم
- (۴) وابستگی به پیش فرض ها

گزینه ۲ صحیح است

مراحل انجام آزمون فرض:

- ۱- نوشتن فرض آماری
- ۲- تعیین آماره آزمون و محاسبه مقدار آن
- ۳- تعیین مقدار بحرانی از روی جدول
- ۴- تصمیم گیری

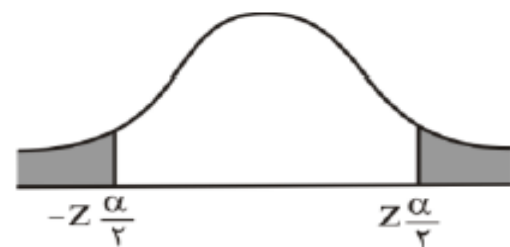


آزمون فرض میانگین با مقدار ثابت از جامعه نرمال و واریانس جامعه معلوم باشد.

در این صورت از توزیع  $Z$  استفاده می‌شود و آماره آزمون از رابطه  $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$  بدست می‌آید.

$H_0$  رد می‌شود  $\Rightarrow Z < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$  یا  $Z > Z_{\frac{\alpha}{2}}$   $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu \neq \mu_0 \end{cases}$  آزمون دو دامنه

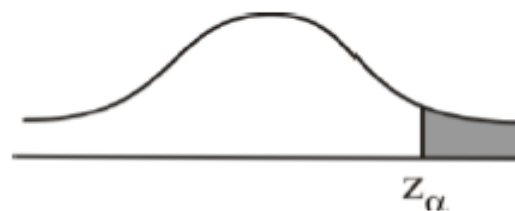
رد می‌شود  $\Rightarrow |Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$  یا



$H_0$  رد می‌شود  $\Rightarrow Z < -Z_{\alpha}$   $\begin{cases} H_0: \mu \geq \mu_0 \\ H_1: \mu < \mu_0 \end{cases}$  آزمون یک طرفه چپ



$H_0$  رد می‌شود  $\Rightarrow Z > Z_{\alpha}$   $\begin{cases} H_0: \mu \leq \mu_0 \\ H_1: \mu > \mu_0 \end{cases}$  آزمون یک طرفه راست



**نکته:** هنگام نوشتن فرضیه در صورتی که پیشنه کافی نداشته آزمون دودامنه می‌نویسیم

**مثال:** از یک جامعه نرمال با واریانس ۶۴ و میانگین ۸۰ یک نمونه ۲۵ تایی گرفته‌ایم که میانگین نمونه  $\bar{X} = ۸۰$  بدست آمده است در سطح خطای ۵٪ آزمون کنید میانگین جامعه بیشتر از ۸۲ است.

$$\begin{cases} H_0: \mu \leq ۸۲ \\ H_1: \mu > ۸۲ \end{cases} \quad Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{۸۰ - ۸۲}{\frac{۸}{\sqrt{۲۵}}} = -۱/۲۵$$

چون  $Z = -۱/۲۵ < Z_{۰.۰۵} = ۱/۶۴۵$  بنابراین  $H_0$  پذیرفته می‌شود و با احتمال ۹۵٪ حداکثر میانگین جامعه ۸۲ است

**نکته:** در آزمونهای یک طرفه به جای آلفا از نصف آلفا استفاده می‌شود  
**P \_ مقدار (P-VALUE):**

در هنگام استفاده از P-مقدار اگر P-مقدار کمتر از آلفا تعیین شده باشد فرض صفر رد میشود

**ارشد ۹۵ علوم تربیتی**

۳۱- در استفاده از فاصله اطمینان برای بررسی معنی‌داری آزمون‌ها (آزمون فرض)، کدام مورد برابر  $P > ۰/۰۵$  خواهد بود؟

- (۱) عدد صفر فرضی کمتر از حد پایین توزیع باشد.
- (۲) عدد صفر فرضی بیشتر از حد بالای توزیع باشد.
- (۳) عدد صفر فرضی خارج از محدوده اطمینان باشد.
- (۴) عدد صفر فرضی در محدوده بین حد بالا و پایین باشد.

**گزینه ۴ صحیح است**

آزمون فرض میانگین با مقدار ثابت از جامعه نرمال وقتی واریانس جامعه نامعلوم باشد

در این صورت از واریانس نمونه به جای واریانس جامعه استفاده می‌کنیم و بسته شرایط از توزیع  $z$  یا  $t$  استفاده می‌شود.

الف) حجم نمونه بیشتر از ۳۰ باشد:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases} \quad |z| > z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases} \quad z < -z_{\alpha} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود} \quad Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases} \quad z > z_{\alpha} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$

**ب) حجم نمونه کمتر از ۳۰ باشد:** در این صورت از توزیع  $t$  استیودنت با درجه آزادی  $df = n - 1$  استفاده می‌کنیم

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases} \quad |t| > t_{\frac{\alpha}{2}, df} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases} \quad t < -t_{\alpha, df} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود} \quad t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases} \quad t > t_{\alpha, df} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$



**مثال:** در یک نمونه ۱۶ تایی میانگین نمونه ۴۳ و واریانس نمونه ۴۹ بدست آمده است در سطح خطای ۰.۵٪ آزمون کنید آیا میانگین جامعه ۴۰ است

$$n = 16 < 30 \rightarrow t \quad df = n - 1 = 16 - 1 = 15$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 40 \\ H_1 : \mu \neq 40 \end{cases} \quad t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{43 - 40}{\frac{7}{\sqrt{16}}} = 1.333$$

چون  $t = 1.333 \leq t_{0.025, 15} = 2.131$ ، بنابراین  $H_0$  پذیرفته می‌شود و با توجه به نمونه با احتمال ۰.۹۵ میانگین جامعه ۴۰ است

## ارشد ۹۸

۳۴- در آزمون  $t$  تک نمونه‌ای، برای آزمون فرض  $H_0: \mu \geq 240$ ، اگر حجم نمونه ۵۰ باشد، کدام مقدار  $t$  منجر به رد فرض صفر می‌شود؟

(۱)  $-2.25$

(۲)  $0$

(۳)  $1.96$

(۴)  $2.58$

گزینه ۱ صحیح است چون در این آزمون  $H_1 < 240$  و ناحیه رد اعداد کوچکتر است

## دکتری ۹۷

در صورتی که نتیجه یک آزمون یک دامنه  $t$  در سطح  $0.05$  معنی‌دار باشد، سطح معنی‌داری همین آزمون در صورتی که دو دامنه باشد، کدام است؟

(۱)  $0.1$

(۲)  $0.01$

(۳)  $0.001$

(۴)  $0.025$

گزینه ۱ چون در آزمون دو دامنه نصف خطا در هر طرف توزیع قرار می‌گیرد  $0.05 * 2 = 0.1$

محاسبه حجم نمونه :

$$d = Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \frac{(Z_{\frac{\alpha}{2}})^2 * \sigma^2}{d^2}$$

در حالتی که خطای نوع دوم در نظر گرفته شود

$$n = \frac{(Z_{\frac{\alpha}{2}} + Z_{1-\beta})^2 * \sigma^2}{d^2}$$

دکتری ۹۷

در برنامه ریزی پژوهش، حجم نمونه مورد نیاز در کدام مورد بیشتر است؟

$$Z_{\frac{\alpha}{2}}, 1-\beta = 0.9, d = 0.008 \quad (2)$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}}, 1-\beta = 0.5, d = 0.005 \quad (1)$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}}, 1-\beta = 0.8, d = 0.001 \quad (4)$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}}, 1-\beta = 0.9, d = 0.002 \quad (3)$$

طبق رابطه  $n = \frac{(Z_{\frac{\alpha}{2}} + Z_{1-\beta})^2 * \sigma^2}{d^2}$  با مقدار گذاری گزینه ۳ صحیح است لازم به توضیح

است در آزمونهای یک طرفه به جای  $\frac{\alpha}{2}$  از  $\alpha$  استفاده میشود و چون  $\sigma^2$  عدد داده نشده در همه گزینه یک فرض میکنیم

$$\text{a)n} = \frac{(Z_{\frac{\alpha}{2}} + Z_{1-\beta})^2 * \sigma^2}{d^2} = \frac{(. / 5 + . / 5)^2 * 1}{. / 5^2} = 4$$

$$\text{b)n} = \frac{(Z_{\frac{\alpha}{2}} + Z_{1-\beta})^2 * \sigma^2}{d^2} = \frac{(. / 9 + . / 9)^2 * 1}{. / 1^2} = \frac{3 / 24}{. / 64} = 2 / .7$$

$$\text{c)n} = \frac{(Z_{\frac{\alpha}{2}} + Z_{1-\beta})^2 * \sigma^2}{d^2} = \frac{(. / 9 + . / 9)^2 * 1}{. / 2^2} = \frac{3 / 24}{. / .4} = 11$$

$$\text{d)n} = \frac{(Z_{\frac{\alpha}{2}} + Z_{1-\beta})^2 * \sigma^2}{d^2} = \frac{(. / 1 + . / 1)^2}{1^2} = 2 / 56$$



آزمون فرض نسبت: اغلب از توزیع Z استفاده می‌شود

$$\begin{cases} H_0: P = P_0 \\ H_1: P \neq P_0 \end{cases} \quad |Z| > z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \text{رد می‌شود } H_0$$

$$\begin{cases} H_0: P \geq P_0 \\ H_1: P < P_0 \end{cases} \quad Z < -z_{\alpha} \Rightarrow \text{رد می‌شود } H_0 \quad \text{آماره آزمون } Z = \frac{P - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} \quad P = \frac{x}{n}$$

$$\begin{cases} H_0: P \leq P_0 \\ H_1: P > P_0 \end{cases} \quad Z > z_{\alpha} \Rightarrow \text{رد می‌شود } H_0$$

مثال: در یک نمونه ۱۰۰ تایی تعداد ۱۸ کالا معیوب است در سطح خطای ۵٪ آزمون کنید نسبت کالای معیوب کمتر از ۲۰٪ است

$$P = \frac{x}{n} = \frac{18}{100} = 0.18$$

$$\begin{cases} H_0: P \geq 20\% \\ H_1: P < 20\% \end{cases} \quad Z = \frac{P - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} = \frac{0.18 - 0.2}{\sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{100}}} = -0.5$$

چون  $Z = -0.5 < -Z_{0.05} = -1.645$  پذیرفته می‌شود و با توجه به نمونه با احتمال ۹۵٪ نسبت کالای معیوب حداقل ۲۰٪ است

## آزمون فرض واریانس با مقدار ثابت:

همانگونه که می‌دانیم  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$  دارای توزیع خی دو  $(\chi^2)$  با درجه آزادی  $v = df = n-1$  است که

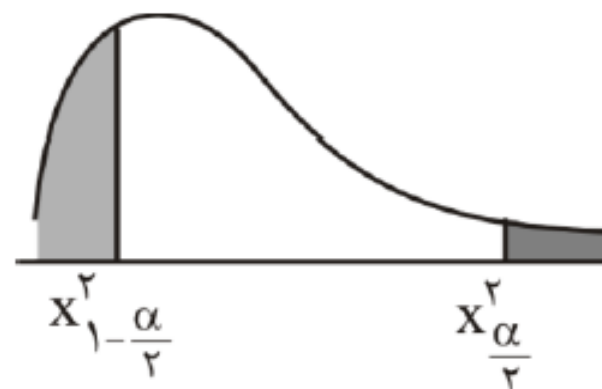
این توزیع یک منحنی چوله به راست دارد آمار، آزمون در این آزمون از رابطه

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

بدست می‌آید.

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$$

$$x^2 > X^2_{\frac{\alpha}{2}, df} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود} \quad x^2 \leq X^2_{1-\frac{\alpha}{2}, df}$$



**آزمون فرض اختلاف میانگین دو جامعه نرمال مستقل وقتی واریانس جوامع معلوم باشد در**

این صورت بدون توجه به حجم نمونه از توزیع  $Z$  استفاده می‌شود و آمار، آزمون از رابطه

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

بدست می‌آید که اگر آزمون برابری میانگینها انجام شود به جای  $\mu_1 - \mu_2$

عدد صفر را قرار می‌دهیم

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = a \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq a \end{cases} \quad |Z| > z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \text{رد می‌شود } H_0.$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq a \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 < a \end{cases} \quad Z < -Z_{\alpha} \Rightarrow \text{رد می‌شود } H_0.$$

آماره آزمون  $Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - a}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq a \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 > a \end{cases} \quad Z > Z_{\alpha} \Rightarrow \text{رد می‌شود } H_0.$$

آزمون فرض اختلاف میانگین دو جامعه نرمال مستقل وقتی واریانس جوامع نامعلوم باشد.

در این صورت با فرض برابر واریانسها دو حالت را در نظر می گیریم.

الف) حجم نمونه بیش از ۳۰ باشد. در این صورت از توزیع Z استفاده می شود.

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = a \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq a \end{cases} \quad |Z| > z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow H_0 \text{ رد می شود}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq a \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 < a \end{cases} \quad Z < -z_{\alpha} \Rightarrow H_0 \text{ رد می شود}$$

آماره آزمون 
$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - a}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq a \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 > a \end{cases} \quad Z > z_{\alpha} \Rightarrow H_0 \text{ رد می شود}$$



(ب) حجم نمونه‌ها کمتر از ۳۰ باشد. در این صورت از توزیع  $t$  با درجه آزادی  $df = n_1 + n_2 - 2$  استفاده می‌شود.

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = a \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq a \end{cases} \quad |t| > t_{\frac{\alpha}{2}, df} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq a \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 < a \end{cases} \quad t < -t_{\alpha, df} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - a}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq a \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 > a \end{cases} \quad t > t_{\alpha, df} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$

## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۹۵- در بخش یافته‌های یک گزارش پژوهشی، نتایج آزمون  $t$  برای دو گروه مستقل به صورت زیر گزارش شده است.  
( $t_{(128)} = 3.16, P < 0.01$ )، حجم نمونه پژوهش چند نفر بوده است؟

(۱) ۱۲۷

(۲) ۱۲۸

(۳) ۱۲۹

(۴) ۱۳۰

گزینه ۴ صحیح است  $df = n_1 + n_2 - 2 \Rightarrow 128 = n_1 + n_2 - 2 \Rightarrow n_1 + n_2 = 128 + 2 = 130$

## ارشد ۹۷

۳۴- برای آزمون فرضیه «میزان سازگاری تحصیلی دانش‌آموزان تک والدی نسبت به دانش‌آموزانی که با هر دو والد زندگی می‌کنند کمتر است»، یک نمونه ۱۵۰ نفری از دانش‌آموزانی که با یکی از والدین خود زندگی می‌کنند و یک نمونه ۲۵۰ نفری از دانش‌آموزانی که با هر دو والد زندگی می‌کنند به‌طور تصادفی انتخاب شدند. سپس میانگین سازگاری تحصیلی دو گروه با آزمون  $t$  مستقل مورد مقایسه قرار گرفت. میزان  $t$  بحرانی در این آزمون تقریباً کدام است؟

(۱)  $-2.33$

(۲)  $-2.58$

(۳)  $-1.96$

(۴)  $-1.64$

گزینه ۴ صحیح است چون حجم نمونه بیشتر از ۳۰ است از توزیع  $z$  استفاده میشود و

$z_{0.05} = 1/645$  است

## ارشد ۹۸

۳۷- در آزمون  $t$  مستقل، برای مقایسه میانگین دو گروه ۲۰ نفری، میزان سطح معنی داری برابر با  $p = 0/12$  و میزان احتمال خطای نوع دوم برابر با  $p = 0/23$  به دست آمد. بر اساس این نتایج، کدام مورد درست است؟

(۱) احتمال تأیید  $H_0$  غلط برابر با ۰/۸۸ است. (۲) احتمال تأیید  $H_0$  درست برابر با ۰/۱۲ است.

(۳) احتمال رد  $H_0$  درست برابر با ۰/۲۳ است. (۴) احتمال رد  $H_0$  غلط برابر با ۰/۷۷ است.

**گزینه ۴ صحیح است** در اینجا توان آزمون خواسته شده  $1 - \beta = 1 - 0/23 = 0/77 =$  **توان آزمون**

## دکتری ۹۶

در یک گزارش پژوهشی نتایج آزمون  $t$  مستقل برای مقایسه میانگین انگیزه تحصیلی دانشجویان پسر و دختر به این صورت بیان شده است:  $p > 0/05$ ,  $t(29) = 1/26$ ، کدام مورد براساس نتایج این گزارش درست است؟

(۱) اختلاف میانگین‌ها در سطح ۹۵٪ معنی دار است. (۲) حجم نمونه دو گروه با هم برابر است.

(۳) حجم نمونه پژوهش ۳۱ نفر است. (۴) میانگین گروه اول کمتر از گروه دوم است.

## گزینه ۳ صحیح است

$$df = n_1 + n_2 - 2 \Rightarrow 29 = n_1 + n_2 - 2 \Rightarrow n_1 + n_2 = 29 + 2 = 31$$



## دکتری ۹۹

۲۸ از آزمون  $t$  مستقل برای آزمون فرض  $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$  استفاده شده است. اگر درجه آزادی  $df = 30$  باشد، مقدار  $t$  بحرانی کدام است؟

(۱)  $-1/70$

(۲)  $-1/30$

(۳)  $1/96$

(۴)  $2/58$

مقدار  $t$  بحرانی برای خطای  $t_{0.05,30} = 1/697 \approx 1/70$  میشود و چون فرض مخالف  $\mu_1 - \mu_2 < 0$  منفی قابل قبول است بنابراین گزینه یک صحیح است

| $df$ | $t_{.100}$ | $t_{.050}$ | $t_{.025}$ | $t_{.010}$ | $t_{.005}$ |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 26   | 1.315      | 1.706      | 2.056      | 2.479      | 2.779      |
| 27   | 1.314      | 1.703      | 2.052      | 2.473      | 2.771      |
| 28   | 1.313      | 1.701      | 2.048      | 2.467      | 2.763      |
| 29   | 1.311      | 1.699      | 2.045      | 2.462      | 2.756      |
| 30   | 1.310      | 1.697      | 2.042      | 2.457      | 2.750      |



### مقایسه‌های زوج شده (t وابسته):

هرگاه افراد مورد آزمایش ثابت باشد و دو آزمایش بر روی این افراد انجام شود از مقایسه‌های زوج شده استفاده می‌شود مانند نمرات افراد قبل از رفتن به کلاس درس در یک درس خاص که از توزیع t با درجه آزادی  $df = n - 1$  استفاده می‌شود برای انجام این آزمون اختلاف دو حالت را بدست آورده و بررسی میانگینهای آزمون را انجام می‌دهیم

$$\begin{cases} H_0 : \mu_d = a \\ H_1 : \mu_d \neq a \end{cases} \quad |t| > t_{\frac{\alpha}{2}, df} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$

$$d_i = x_i - y_i \quad df = n - 1$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_d \geq a \\ H_1 : \mu_d < a \end{cases} \quad t < -t_{\alpha, df} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$

$$s_d^2 = \frac{\sum d_i^2 - nd^{-2}}{n-1}$$
$$t = \frac{\bar{d} - a}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_d \leq a \\ H_1 : \mu_d > a \end{cases} \quad t > t_{\alpha, df} \Rightarrow H_0 \text{ رد می‌شود}$$

**مثال:** سرعت خواندن ۶ دانشجو قبل از رفتن به کلاس تندخوانی و بعد از رفتن به کلاس در جدول زیر ثبت شده است آیا سرعت خواندن به طور متوسط افزایش یافته است. (در سطح خطای ۰.۵٪)

|         |   |     |     |    |    |   |
|---------|---|-----|-----|----|----|---|
| قبل (X) | ۲ | ۲/۵ | ۴   | ۵  | ۷  | ۶ |
| بعد (Y) | ۳ | ۳   | ۴/۵ | ۱۰ | ۱۲ | ۹ |

|                   |   |      |      |    |    |   |      |
|-------------------|---|------|------|----|----|---|------|
| $d_X = y_i - x_i$ | ۱ | ۰/۵  | ۰/۵  | ۵  | ۵  | ۳ | ۱۵   |
| $d_i^2$           | ۱ | ۰/۲۵ | ۰/۲۵ | ۲۵ | ۲۵ | ۹ | ۶۰/۵ |

$$df = n - 1 = 6 - 1 = 5 \quad \bar{d} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{15}{6} = 2/5$$

$$s_d^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{d}^2}{n-1} = \frac{60/5 - 6 \times (2/5)^2}{6-1} = 4/6$$

$$t = \frac{\bar{d} - a}{\frac{sd}{\sqrt{n}}} = \frac{2/5}{\frac{\sqrt{4/6}}{\sqrt{6}}} = 2/87$$

چون  $t = 2/87 > t_{0.05,5} = 2/015$  بنابراین  $H_0$  رد می‌شود و با احتمال ۹۵٪ و با توجه به  $\begin{cases} H_0: \mu_d \leq 0 \\ H_1: \mu_d > 0 \end{cases}$

نمونه رفتن به کلاس مؤثر بوده است.

## ارشد ۹۷

در یک آزمون  $T$  وابسته اطلاعات زیر موجود است. با توجه به این اطلاعات مقدار  $T$  مشاهده شده چقدر است؟

$$n = 9, \bar{D} = 0.5, S_D = 0.5$$

(۴) ۳

(۳)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۱)  $\frac{1}{5}$

گزینه ۴ صحیح است

$$t = \frac{\bar{d} - a}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} = \frac{0.5}{\frac{0.5}{\sqrt{9}}} = \sqrt{9} = 3$$

## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۴۲- آزمایش‌شونده‌ای را وادار کرده‌ایم که، دو بار متوالی، با چشم‌های بسته ۲۰ خط ده سانتی‌متری رسم کند. برای

مقایسه میانگین‌های خطوط ترسیمی در دو مرحله، از کدام آزمون آماری استفاده می‌کنیم؟

(۲) تحلیل واریانس دوطرفه

(۱) آزمون کای دو

(۴)  $t$  استیودنت برای گروه‌های وابسته

(۳)  $t$  استیودنت برای گروه‌های مستقل

گزینه ۴ صحیح است

۴۸- می‌خواهیم فرضیه «موسیقی یادگیری را بهبود می‌بخشد» را آزمون کنیم، برای این منظور نمرات آزمون دانش‌آموزانی را که با موسیقی مطالعه می‌کردند با دانش‌آموزانی که در سکوت مطالعه می‌کردند، مورد مقایسه قرار دادیم، کدام مورد یک متغیر «نامربوط» در این آزمایش محسوب می‌گردد؟

- (۱) سکوت  
(۲) نمرات آزمون دانش‌آموزان  
(۳) حضور یا عدم حضور موسیقی  
(۴) میزان زمانی که برای مطالعه در نظر گرفته شده

گزینه ۴ صحیح است

۵۱- در یک نمونه تصادفی ۱۰۰ نفری، میانگین اختلاف نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون برابر با  $\bar{D} = 18$  و انحراف‌استاندارد  $S_D = 15$  است. فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای اختلاف میانگین نمرات پیش‌آزمون و پس‌آزمون جامعه کدام است؟ ( $t_{\frac{\alpha}{2}} \approx 2$ )

- (۱) ۱۳ تا ۱۷  
(۲) ۱۵ تا ۲۱  
(۳) ۱۵ تا ۱۸  
(۴) ۱۶ تا ۲۰

گزینه ۲ صحیح است

$$t = \frac{\bar{d} - a}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} \Rightarrow d : \bar{d} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, df} \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}} \Rightarrow d : 18 \pm 2 \times \frac{15}{\sqrt{100}} = 18 \pm 3 \Rightarrow 15 \leq d \leq 21$$



**نکته :** در صورتیکه حد بالای میانگین کوچکتر مثلاً گروه ۲ از حد پایین میانگین بزرگتر مثلاً گروه ۱ مقدار کوچکتری داشته باشد همپوشانی ندارند اندازه اثر بزرگتر نشان دهنده تفاوت بیشتر دو گروه است

**دکتری ۹۷**

کدام اندازه اثر نشان دهنده بیشترین همپوشی بین توزیع نمرات دو گروه است؟

(۴) ۰/۲

(۳) ۰/۵۵

(۲) ۰/۷۵

(۱) ۰/۸

**گزینه ۴ صحیح است چون از همه کوچکتر است**

**ارشد ۱۴۰۲**

۵۵- در آزمون  $t$  مستقل، با ثابت بودن سایر شرایط، کدام مورد باعث افزایش اندازه اثر می شود؟

(۲) کاهش  $\alpha$

(۱) افزایش توان آماری

(۳) کاهش سطح اطمینان

(۴) افزایش اختلاف میانگین ها

**گزینه ۴ صحیح است**

# آمار و روش تحقیق

ضریب همبستگی و رگرسیون

مدرس : علی زارعی

## ضریب همبستگی:

معیاری است برای تعیین ارتباط بین یک یا چند متغیر مستقل (X) با یک متغیر وابسته (Y) در صورتی که ارتباط بین دو متغیر همسو باشد مانند قد و وزن ضریب همبستگی مثبت و در صورتی که ارتباط بین دو متغیر غیر همسو باشد مانند رابطه فشار هوا و فاصله از سطح زمین ضریب همبستگی منفی می شود در آمار پارامتریک از ضریب همبستگی پیرسن استفاده می کنیم که عددی بین ۱- و ۱+ است و بدون واحد است ضریب همبستگی نمونه ای را با حرف r و ضریب همبستگی جامعه را با حرف ρ نشان می دهیم.

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} \Rightarrow r = \frac{n \sum xy - (\sum x \cdot \sum y)}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$Sp_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y} = \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}$$

$$S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n\bar{x}^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$S_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n\bar{y}^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

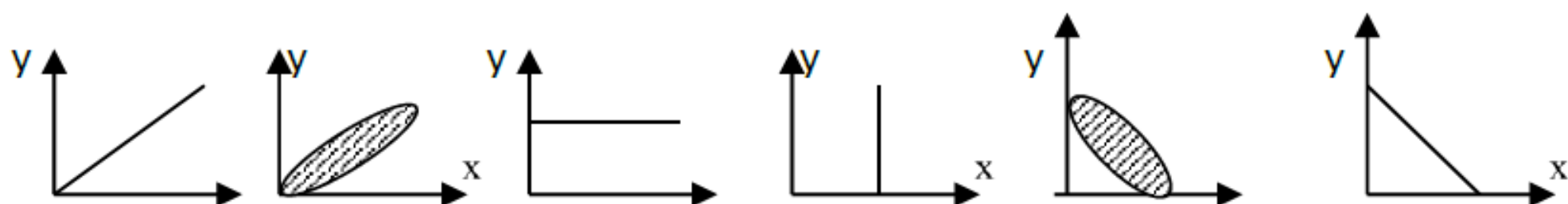
با جایگذاری در رابطه ضریب همبستگی می توان نوشت

$$r = \frac{sp_{xy}}{\sqrt{s_{xx}s_{yy}}} \Rightarrow r = \frac{sp_{xy}}{\sqrt{N\sigma_x^2 N\sigma_y^2}} \Rightarrow r = \frac{sp_{xy}}{N\sigma_x\sigma_y}, \text{cov}_{xy} = \frac{sp_{xy}}{n} \Rightarrow r = \frac{\text{cov}_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}$$

$$|r| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq r \leq +1 \Rightarrow \begin{cases} r = +1 \\ 0 < r < 1 \\ r = 0 \\ -1 < r < 0 \\ r = -1 \end{cases}$$

ی

r = +1      مست‌گی خطی مستقیم کامل  
 0 < r < 1      هم‌بستگی مستقیم  
 r = 0      عدم هم‌بستگی خطی  
 -1 < r < 0      هم‌بستگی معکوس  
 r = -1      مست‌گی خطی معکوس کامل





### دکتری ۹۸ علوم شناختی

- اگر ضریب همبستگی واقعی بین دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  برابر صفر باشد، بدان مفهوم است که .....  
(۱) دو متغیر ناهمبسته هستند.  
(۲) دو متغیر مستقل از یکدیگر هستند.  
(۳) یک رابطه خطی نادقیق بین مقادیر  $X$  و  $Y$  برقرار است.  
(۴) رابطه  $X$  و  $Y$  از نوع معکوس است.

گزینه ۱ صحیح است

### ارشد ۹۹

- ۵۴- براساس یک نظریه، افراد برون‌گرا به احتمال بیشتری در ورزش‌های گروهی شرکت می‌کنند. کدام همبستگی بین برون‌گرایی و تمایل به شرکت در ورزش‌های گروهی از این نظریه حمایت بیشتری می‌کند؟

- (۱) ۰/۰۵  
(۲) -۰/۳۶  
(۳) ۰/۴۳  
(۴) -۰/۶۵

گزینه ۳ درست است چون بزرگترین مقدار + است

**مثال:** ضریب همبستگی بین دو متغیر  $x, y$  را تعیین کنید و نوع آن را مشخص کنید

| $x$             | $y$             | $x - \bar{x}$ | $y - \bar{y}$ | $(x - \bar{x})^2$ | $(y - \bar{y})^2$ | $(x - \bar{x}) * (y - \bar{y})$ |
|-----------------|-----------------|---------------|---------------|-------------------|-------------------|---------------------------------|
| ۲               | ۱۵              | 2-6=-4        | 15-5=10       | $(-4)^2 = 16$     | $(10)^2 = 100$    | $-4 * 10 = -40$                 |
| ۴               | ۱۰              | 4-6=-2        | 10-5=5        | $(-2)^2 = 4$      | $(5)^2 = 25$      | $-2 * 5 = -10$                  |
| ۶               | ۵               | 6-6=0         | 5-5=0         | $(0)^2 = 0$       | $(0)^2 = 0$       | $0 * 0 = 0$                     |
| ۸               | ۰               | 8-6=2         | 0-5=-5        | $(2)^2 = 4$       | $(-5)^2 = 25$     | $2 * -5 = -10$                  |
| ۱۰              | -۵              | 10-6=4        | -5-5=-10      | $(4)^2 = 16$      | $(-10)^2 = 100$   | $4 * -10 = -40$                 |
| $\Sigma x = 30$ | $\Sigma y = 25$ | ,             | ,             | $SS_x = 40$       | $SS_y = 250$      | $S_{xy} = -100$                 |

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{30}{5} = 6, \quad \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{25}{5} = 5$$

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{SS_x * SS_y}} = \frac{-100}{\sqrt{40 * 250}} = \frac{-100}{\sqrt{10000}} = \frac{-100}{100} = -1$$

همبستگی معکوس کامل

**نکته:** به طور کلی اگر فواصل  $x, y$  مساوی باشد ضریب همبستگی یک است و علامت آن بستگی به حاصل ضرب تغییرات دارد.

| $x$      | $y$ | $x$     | $y$ | $x$     | $y$ | $x$     | $y$ |
|----------|-----|---------|-----|---------|-----|---------|-----|
| ۲        | ۱۵  | ۳       | ۴   | ۲       | ۱۰  | ۳       | ۵   |
| ۴        | ۱۰  | ۶       | ۸   | ۲       | ۱۵  | ۶       | ۵   |
| ۶        | ۵   | ۹       | ۱۲  | ۲       | ۲۰  | ۴۵      | ۵   |
| ۸        | ۰   | ۱۲      | ۱۶  | ۲       | ۳۰  | ۱۰      | ۵   |
| ۱۰       | ۵   | ۱۵      | ۲۰  | ۲       | ۵۰  | ۷۰      | ۵   |
| $r = -1$ |     | $r = 1$ |     | $r = 0$ |     | $r = 0$ |     |

## آزمون معنا دار بودن ضریب همبستگی :

آماره آزمون از رابطه  $t = \frac{r_{xy} \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}}$  که نقطه بحرانی با درجه آزادی  $df=n-2$  بدست می آید یعنی اگر

$t > t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$  باشد فرض صفر رد می شود و ضریب همبستگی معنی دار است با اطمینان  $p = 1 - \alpha$

**مثال:** در صورتی که در یک نمونه ۱۸ تایی ضریب همبستگی دو متغیر  $X$  و  $Y$  برابر  $0/8$  باشد آماره آزمون را بدست آورید و در سطح معنی داری  $5\%$  آزمون کنید معنی دار بودن ضریب همبستگی را.

$$r = 0/8, N = 18 \Rightarrow df = n - 2 = 18 - 2 = 16$$

$$t = \frac{r_{xy} \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0/8 \times \sqrt{18-2}}{\sqrt{1-0/8^2}} = \frac{0/8 \times \sqrt{16}}{\sqrt{0/36}} = \frac{3/2}{0/6} = 5/33$$

چون  $t = 5/33 > t_{0.025, 18} = 2/101$  فرض صفر رد می شود ضریب همبستگی معنی دار است با احتمال  $95\%$ .  
**نکته:** آزمون ضریب همبستگی به شدت تابع حجم نمونه است. تا جایی که امکان دارد حجم نمونه را افزایش دهید



## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۹۲- اگر به ازای سه نمره  $x_1$ ،  $x_2$  و  $x_3$  در متغیر  $X$  و  $y_1$ ،  $y_2$  و  $y_3$  در متغیر  $Y$ ، روابط زیر برقرار باشند، همبستگی چند خواهد بود؟

$$(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) = -1$$

$$(x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) = +1$$

$$(x_3 - \bar{x})(y_3 - \bar{y}) = 0$$

(۱) -۱

(۲) +۰/۵

(۳) ۰

(۴) +۱

در واقع جمع اعداد  $s_{xy} = 0$  برابر صفر است بنابراین ضریب همبستگی صفر است و گزینه

۳ صحیح است

دکتری ۹۵

بهترین روش برای نشان دادن ثبات تأثیر متغیر مستقل بر وابسته، کدام است؟

(۲) انتساب تصادفی

(۴) آزمون معناداری آماری

(۱) تکرار آزمایش

(۳) محاسبه اندازه اثر

گزینه ۴ صحیح است

**ضریب تعیین:** مجذور ضریب همبستگی را ضریب تعیین گویند که نشان دهنده آن است که چند درصد تغییرات متغیر وابسته توسط متغیر مستقل بیان می شود.  $V = r_{xy}^2$  ضریب تعیین که اغلب بر حسب درصد بیان میشود یعنی  $\%V = (r_{xy}^2) \cdot (100)$  **ارشد ۱۴۰۰**

۴۸- برای اینکه حدود ۵۰ درصد تغییرات یک متغیر پیش بینی شود، ضریب همبستگی تقریباً چقدر باید باشد؟  
 (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵۰ (۳) ۰/۷۰ (۴) ۰/۹۵

**گزینه ۳ صحیح است**  
 $\%V = (r_{xy}^2) \cdot (100) \Rightarrow \%50 = (r_{xy}^2) \cdot (100) \Rightarrow r_{xy}^2 = 0/5 \Rightarrow r = \sqrt{0/5} \approx 0/70$

**نکته ۱:** اگر مقادیر  $X$  و  $Y$  استاندارد شده باشد  $r = \frac{\sum Z_x \cdot Z_y}{N}$

**نکته ۲:**  $COV_{xy} = \frac{Sp_{xy}}{N}$

**نکته ۳:**  $COV(ax, by) = abCOV(x, y)$

**نکته ۴:** پیش بینی نمره استاندارد  $Z_y = Z_x \cdot r_{xy}$

ارشد ۹۷

کواریانس منفی نشانه کدام است؟

- (۱) همبستگی معکوس (۲) همبستگی مستقیم (۳) عدم ارتباط (۴) واریانس‌های نابرابر

گزینه ۱ صحیح است همیشه علامت  $s_{xy}, r, \text{cov}, b$  یکی است

دکتری ۹۴

۸- در صورتی که  $\rho_{xy} = -0.5$  باشد، توزیع نمونه‌گیری  $r_{xy}$  به چه صورت است؟

- (۱) کجی منفی (۲) کجی مثبت  
(۳) کشیدگی منفی (۴) کشیدگی مثبت

گزینه ۲ صحیح است

ارشد ۹۹

۴۹- متغیر  $X$  دارای توزیع نرمال با  $\bar{X} = 36$  و  $S = 4$  و متغیر  $Y$  دارای توزیع نرمال با  $\bar{Y} = 70$  و  $S = 7$  است. اگر همبستگی بین دو متغیر  $r_{xy} = -1$  باشد، کواریانس بین دو متغیر کدام است؟

- (۱) -۹  
(۲) -۱۰  
(۳) -۲۸  
(۴) -۳۶

$$s_x = 4, s_y = 7, r_{xy} = -1$$

$$r_{xy} = \frac{\text{cov}(xy)}{s_x s_y} \Rightarrow -1 = \frac{\text{cov}(xy)}{4 \times 7} \Rightarrow \text{cov}(xy) = -1 \times 4 \times 7 = -28$$

گزینه ۳ درست است

#### دکتری ۹۴

در صورتی که  $\rho_{xy} = -0.5$  باشد، توزیع نمونه‌گیری  $r_{xy}$  به چه صورت است؟

- (۱) کجی منفی
- (۲) کجی مثبت
- (۳) کشیدگی منفی
- (۴) کشیدگی مثبت

گزینه ۲ صحیح است

#### ارشد ۹۵

۹۱- در صورتی که همبستگی هوش و عملکرد تحصیلی  $0.9$  باشد، فرض صفر بودن همبستگی در جامعه به کدام صورت

نوشته می‌شود؟

- (۱)  $H_0: \rho_{xy} \neq 0$
- (۲)  $H_0: \rho_{xy} = 0$
- (۳)  $H_0: \rho_{xy} \geq 0.9$
- (۴)  $H_0: \rho_{xy} > 0.9$

گزینه ۲ صحیح است چون علامت مساوی در  $H_0$  قرار می‌گیرد و گزینه ۳ جهت حداقل  $0.9$  است

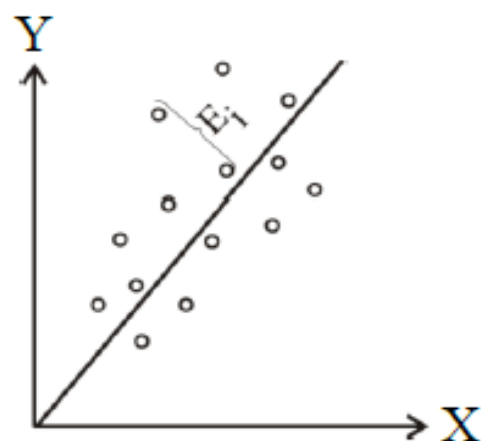


## رگرسیون خطی

رگرسیون:

رگرسیون به معنی بازگشت برای تعیین رابطه بین یک چند متغیر مستقل با یک متغیر وابسته است به عبارتی رگرسیون مطالعه چگونگی بازگشت نمره های  $Y$  به  $X$  می باشد . در رگرسیون خطی ساده رابطه بین مستقل و یک متغیر وابسته را بررسی می کنیم در رگرسیون دو متغیر باید کمی (مقیاس فاصله ای یا نسبی ) باشند و کاربرد رگرسیون خطی پیش بینی متغیر ملاک بر اساس متغیر پیش بین است .

پارامترهای مدل به روش کمترین مربعات (L.S) بدست می آید رگرسیون خطی به صورت  $y_i = a + bx_i + e_i$  است که  $E_i \sim N(0, \sigma_e^2)$  هستند.



$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

$$Q = \sum E_i^r = \sum (y_i - a - b_i x_i)^r$$

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial a} = -r \sum (y_i - a - b_i x_i) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b} = -r \sum (y_i - a - b_i x_i) x_i = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^r = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^r - n \bar{x}^r} \Rightarrow b = \frac{n \sum xy - (\sum x \cdot \sum y)}{n \sum x^r - (\sum x)^r} \end{cases}$$

## مراحل نوشتن معادله خط رگرسیون

$$۱) b_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{n \sum xy - (\sum x \cdot \sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$۲) a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$۳) y = a + b x$$

### مثال

داده‌های مقابل مفروض است. اگر  $E(e_i) = 0$ ،  $Var(e_i) = \sigma^2$  رگرسیون خطی  $Y$  بر حسب  $X$  عبارتست از:

| X | Y |
|---|---|
| ۱ | ۲ |
| ۳ | ۰ |
| ۵ | ۴ |

$$\hat{y} = \frac{1}{2}(x + 1) \quad (۲)$$

$$\hat{y} = x + 1 \quad (۱)$$

$$\hat{y} = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\hat{y} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad (۳)$$

جواب: گزینه ۲ صحیح است

| X            | y            | xy             | $x^2$           | $y^2$           |
|--------------|--------------|----------------|-----------------|-----------------|
| ۱            | ۲            | ۲              | ۱               | ۴               |
| ۳            | ۰            | ۰              | ۹               | ۰               |
| ۵            | ۴            | ۲۰             | ۲۵              | ۱۶              |
| $\sum x = 9$ | $\sum y = 6$ | $\sum xy = 24$ | $\sum x^2 = 35$ | $\sum y^2 = 20$ |

| x            | y            | xy             | $x^2$           | $y^2$           |
|--------------|--------------|----------------|-----------------|-----------------|
| 1            | 2            | 2              | 1               | 4               |
| 3            | 0            | 0              | 9               | 0               |
| 5            | 4            | 20             | 25              | 16              |
| $\sum x = 9$ | $\sum y = 6$ | $\sum xy = 24$ | $\sum x^2 = 35$ | $\sum y^2 = 20$ |

$$1) b_{xy} = \frac{n \sum xy - (\sum x \cdot \sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{(3 \times 22) - (9 \times 6)}{3 \times 35 - 9^2} = \frac{66 - 54}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{9}{3} = 3, \quad \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{6}{3} = 2$$

$$2) a = \bar{y} - b\bar{x} = 2 - \left(\frac{1}{2} \times 3\right) = \frac{4}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$3) y = a + bx = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}(1 + x)$$



## ارشد ۹۵

۱۰۸- اصل حداقل مجذورات (LS) تفاوت کدام دو نمره را کمینه می‌سازد؟

(۱)  $\varepsilon, y$

(۲)  $X, \varepsilon$

(۳)  $\hat{y}, \varepsilon$

(۴)  $\hat{y}, y$

گزینه ۴ صحیح است چون  $e_i = y_i - \hat{y}_i$  خطا باید حداقل شود

نکته ۱: خط رگرسیون از نقطه  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  می‌گذرد.

نکته ۲: رابطه شیب خط رگرسیون و ضریب همبستگی  $b = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$

نکته ۳: رابطه واریانس خطای پیش بینی و ضریب همبستگی  $S_{xy} = S_y \sqrt{1 - r_{xy}^2}$

نکته ۴: ضریب رگرسیون تفکیکی استاندارد شده  $\beta = \frac{S_x}{S_y} b$

توجه ۱: در رگرسیون یک متغیره  $df = n - 2$  و در حالت کلی  $df = n - k - 1$  است که  $k$  تعداد متغیر مستقل می‌باشد

## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

اگر  $r_{xy} = 0.5$  باشد و تمام نمرات دو متغیر  $X$  و  $Y$  به صورت نمره‌های استاندارد باشند، عرض از مبدأ و شیب رگرسیون برابر چند است؟

(۱)  $1 - 0$

(۲)  $0.5 - 1$

(۳)  $0.5 - 0$

(۴)  $1 - 0.5$

گزینه ۳ صحیح است چون نرمال استاندارد است میانگین صفر و واریانس یک است

$$s_x = s_y = 1 \Rightarrow b = r \frac{s_y}{s_x} \Rightarrow b = 0.5 * \frac{1}{1} = 0.5$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x} = 0 - (0.5 * 0) = 0$$

توجه ۲: در صورتی که بخواهیم معادله خط  $X$  بر حسب  $Y$  را بنویسیم به ترتیب زیر عمل می‌کنیم.

$$1) \hat{b}^* = \frac{s_{xy}}{s_{yy}}$$

$$2) \hat{a}^* = \bar{x} - \hat{b}^* \bar{y}$$

$$3) \hat{x} = \hat{a}^* + \hat{b}^* y$$

نکته ۱: ضریب همبستگی واسطه هندسی  $b$  و  $b^*$  است یعنی  $r = \sqrt{b.b^*}$

## دکتری ۹۹ روانشناسی

براساس قانون حداقل مجذور خطاها معادله رگرسیون برابر با  $\hat{y} = -10 + bx$  است. اگر  $\hat{y} = 50$  و  $x = 30$  باشد، شیب خط کدام است؟

(۱) -۵

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۲۰

گزینه ۲ صحیح است چون مختصات نقطه در معادله خط رگرسیون صدق میکند

$$y = -10 + bx \Rightarrow 50 = -10 + b * (30) \Rightarrow 50 + 10 = 30b \Rightarrow 60 = 30b \Rightarrow b = \frac{60}{30} = 2$$

## دکتری ۹۸

اگر در یک نمونه با ۲۰ مشاهده  $\bar{X} = 25$ ،  $S_x = 5$ ،  $\bar{Y} = 48$ ،  $S_y = 10$  و  $r_{xy} = 0$  باشد، خطای استاندارد پیش‌بینی Y از طریق X کدام است؟

(۱) ۲/۵

(۲) ۴/۸

(۳) ۵

(۴) ۱۰

$$S_{xy} = S_y \sqrt{1 - r_{xy}^2} = 10 * \sqrt{1 - 0} = 10$$

گزینه ۴ صحیح است

ارشد ۹۴

چه زمان تساوی  $b_{xy} = r_{xy}$  برقرار است؟

$$s_x^2 \cdot s_y^2 = r_{xy}^2 \quad (۴) \quad r_{xy} = \frac{s_x}{s} \quad (۳) \quad r_{xy}^2 = r_{yx}^2 \quad (۲) \quad s_x = s_y \quad (۱)$$

$$b = r \frac{s_y}{s_x} \Rightarrow \frac{s_y}{s_x} = \frac{b}{r} \Rightarrow \frac{s_y}{s_x} = 1 \Rightarrow s_x = s_y$$

گزینه ۱ صحیح است

ارشد ۹۸

۴۰- اگر در تحلیل رگرسیون  $S_x = ۵$ ،  $\bar{X} = ۲۰$ ،  $S_y = ۴$ ،  $\bar{Y} = ۳۶$  و  $Cov_{xy} = ۰$  باشد، مقدار کدام شاخص

آماري بزرگ‌تر از صفر است؟

$r^2$  (۱)

$r_{xy}$  (۲)

$b_{yx}$  (۳)

$a_{yx}$  (۴)

$$COV_{xy} = \frac{s_{xy}}{n} \Rightarrow s_{xy} = n * COV_{xy} = n * 0 = 0$$

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{0}{s_x s_y} = 0 \Rightarrow r^2 = 0$$

$$b = r \frac{s_y}{s_x} = 0 * \frac{s_y}{s_x} = 0$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 36 - 0 * 20 = 36$$

گزینه ۴ صحیح است



بر اساس اطلاعات زیر پارامترهای معادله رگرسیون ( $\hat{y} = a + bx$ ) را حساب کنید.

$$\bar{x} = 5 \quad \bar{y} = 10 \quad s_x = 4 \quad s_y = 3 \quad \text{cov}_{xy} = 10$$

$$\hat{y} = 4/25 + 0/33x \quad (2)$$

$$\hat{y} = -5 + 2x \quad (4)$$

$$\hat{y} = 6/87 + 0/62x \quad (1)$$

$$\hat{y} = -6 + 1/11x \quad (3)$$

گزینه ۱ صحیح است بهترین روش مقدار گذاری است چون خط رگرسیون از  $\bar{x}, \bar{y}$  میگذرد

$$1) 10 = 6/87 + 0/62 * 5 \Rightarrow 10 \neq 10$$

$$2) 10 = 4/25 + 0/33 * 5 \Rightarrow 10 \neq 5/9$$

$$3) 10 = -6 + 1/11 * 5 \Rightarrow 10 \neq 0/45$$

$$4) 10 = -5 + 2 * 5 \Rightarrow 10 = 5$$

۴۹- پژوهشگری که قصد دارد نقش متغیرهای هوش، انگیزه و خودکارآمدی را در پیش‌بینی پیشرفت تحصیلی

دانش‌آموزان مطالعه کند، کدام اقدام را انجام نمی‌دهد؟

(۱) متغیرهای هوش، انگیزه و خودکارآمدی را دستکاری می‌کند.

(۲) متغیرهای پژوهش را در یک مقطع زمانی اندازه‌گیری می‌کند.

(۳) از روش تحلیل رگرسیون برای تحلیل داده‌ها استفاده می‌کند.

(۴) یک نمونه تصادفی از دانش‌آموزان را انتخاب می‌کند.

گزینه ۱ صحیح است

### ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۳۲- اگر بخواهیم در یک مدل رگرسیونی به مقایسه نتایج دو متغیر پیش‌بین با مقیاس اندازه‌گیری متفاوت اقدام کنیم، کدام شاخص مناسب‌تر است؟

(۱)  $R^2$

(۲) ضرایب  $\beta$

(۳)  $1 - R^2$

(۴) ضرایب  $b$

### گزینه ۲ صحیح است دکتری ۹۶

در آزمون فرضیه  $H_0: \rho_{xy} = 0$  در برابر  $H_1: \rho_{xy} \neq 0$ ، توان آزمون در کدام مورد بیشتر است؟

(۲)  $n=75, \alpha=0.05$

(۱)  $n=25, \alpha=0.05$

(۴)  $n=75, \alpha=0.1$

(۳)  $n=25, \alpha=0.1$

### گزینه ۲ صحیح است چون حجم آن زیاد و همچنین سطح خطا بزرگتر است ارشد ۹۷

در یک آزمون استاندارد نمرات خام با استفاده از معادله  $y = 5x - 4$  به نمره جدید تبدیل می‌شود. در صورتی که نمره تبدیل شده فردی ۷۱ باشد، نمره خام وی کدام است؟

(۱) ۱۵

(۲) ۶۷

(۳) ۷۵

(۴) ۳۵۱

گزینه ۱ صحیح است  $y = 5x - 4 \xrightarrow{y=71} 71 = 5x - 4 \Rightarrow 75 = 5x \Rightarrow x = \frac{75}{5} = 15$

ارشد ۹۸

۳۳- در یک نمونه ۲۵ نفری از نوجوانان، مقدار ضریب همبستگی نمونه‌ای بین مهارت‌های اجتماعی و تاب‌آوری ۰/۵ است. اگر از آزمون  $t$  برای آزمون معنی‌داری ضریب همبستگی استفاده شود، درجه آزادی کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۲۰

(۳) ۲۳

(۴) ۲۴

گزینه ۳ صحیح است  $df = n - 2 = 25 - 2 = 3$

ارشد ۱۴۰۱

۶۰- در یک پژوهش همبستگی معادله رگرسیون پیش‌بینی معدل ( $Y$ ) از طریق اضطراب امتحان ( $X$ ) برابر با  $\hat{Y} = 12.06 - 0.09X$  به دست آمده است. کدام مورد براساس این معادله درست است؟

(۱) افزایش یک نمره اضطراب امتحان موجب کاهش ۰/۰۹ معدل می‌شود.

(۲) افزایش یک نمره معدل موجب کاهش ۱۲/۰۶ اضطراب امتحان می‌شود.

(۳) مقدار اضطراب امتحان به ازای معدل صفر برابر با ۱۲/۰۶ است.

(۴) همبستگی بین معدل و اضطراب امتحان برابر با ۰/۰۹- است.

گزینه ۱ صحیح است



ارشد ۱۴۰۰

- ۶۱ اگر شیب معادله ارتباط دهنده  $y$  به  $x$  به ازای مقادیر مختلف  $x$  متفاوت باشد، کدام مورد درست است؟
- (۱) رابطه  $y$  و  $x$  صفر است.  
(۲) رابطه  $y$  و  $x$  غیرخطی است.  
(۳) میانگین  $y$  برابر میانگین  $x$  است.  
(۴) واریانس  $y$  برابر انحراف استاندارد  $x$  است.

گزینه ۲ صحیح است

ارشد ۱۴۰۰

- ۶۲- پژوهشگران بر روی اضطراب امتحان آزمایشی بر روی سه گروه اجرا کردند. در گروه اول، افراد ۲۵ دقیقه مطالعه کردند و سپس از آن‌ها امتحان گرفته شد. در گروه دوم افراد ۲ ساعت مطالعه داشتند و سپس امتحان دادند. در گروه سوم افراد در ساعت‌های متعددی مطالعه کردند و امتحان دادند. در این آزمایش، متغیر مستقل کدام است؟
- (۱) اضطراب امتحان      (۲) سؤال‌های امتحان      (۳) زمان مطالعه      (۴) نمرات در امتحان

گزینه ۳ صحیح است

ارشد ۹۵ علوم تربیتی

- ۱۰۳- پژوهشگری مایل به بررسی اثربخشی یک روش جدید تدریس در افزایش نمرات دانش‌آموزان است. بدین‌منظور با اجرای یک آزمون دانش‌آموزان ضعیف را انتخاب و به مدت دو ماه آنها را تحت آموزش قرار می‌دهد. کدام عامل، به احتمال زیاد روایی درونی پژوهش وی را متأثر می‌کند؟

- (۱) رگرسیون      (۲) سوگیری انتخاب  
(۳) پیش‌آزمون      (۴) رویدادهای همزمان

گزینه ۱ صحیح است



**خطای پیش بینی:** اختلاف مقدار واقعی ( $y$ ) و مقدار پیش بینی را خطای پیش بینی گویند و با  $y$  نشان می‌دهیم

ضریب رگرسیون تفکیکی استاندارد شده: اگر به جای نمره های خام از داد های استاندارد شده  $z$  استفاده کنیم از ضریب رگرسیون تفکیکی استاندارد شده استفاده میکنیم و با حرف  $\beta$  نشان می‌دهیم.

و از رابطه  $\beta = b \frac{s_y}{s_x}$  بدست می آید. که در آن  $b$  شیب خط رگرسیون و  $s_x$  انحراف معیار متغیر پیش

بین ( $x$ ) و  $s_y$  انحراف معیار متغیر ملاک ( $y$ ) است

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}}{n}}, \quad s_x = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n}}$$

**مثال:** در صورتی که شیب خط رگرسیون ۴ و انحراف معیار متغیر پیش بین ۱۰ و انحراف معیار متغیر ملاک ۵ است. ضریب رگرسیون تفکیکی استاندارد شده کدام است؟

۴(د)

$$\beta = b \frac{s_y}{s_x} = 4 \times \frac{5}{10} = 2$$

۳(ج)

۲(ب)

۱(الف)

جواب گزینه ۲ صحیح است

### رگرسیون چند متغیره

هر گاه یک متغیر وابسته به  $k$  متغیر مستقل بستگی داشته باشد رگرسیون چند متغیره گویند که به معادله آن به صورت  $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots + \varepsilon$  است.

$$e = y - y'$$

$$SS_{res} = \sum (y - y')^2 = \sum e^2$$

$$SS_{res} = \sum y'^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}$$

**آزمون معنادار بودن رگرسیون:** با استفاده از تحلیل واریانس این آزمون را انجام می‌دهیم

| منبع<br>تغییرپذیری<br>SOV | مجموع<br>مربعات<br>SS | درجات<br>آزادی<br>df | میانگین مربعات<br>$MS = \frac{SS}{df}$                   | آماره آزمون F                            |
|---------------------------|-----------------------|----------------------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| رگرسیون                   | $SS_{reg}$            | k                    | $MS_{reg} = \frac{SS_{reg}}{k}$                          | $F_{\alpha} = \frac{MS_{reg}}{MS_{res}}$ |
| خطا                       | $SS_{res}$            | $n - k - 1$          | $MS_{res} = \frac{SS_{res}}{n - k - 1} = \hat{\sigma}^2$ |                                          |
| کل                        | $S_{yy} = SS_T$       | $n - 1$              |                                                          |                                          |

اگر  $F_{\alpha} > F_{\alpha, k, N-K-1}$  فرض صفر رد میشود و حداقل یکی از شیب خط ها معنی دار است

**نکته:** مجذور اتا ( $\eta^2$ ) شدت دو متغیر وقتی متغیر وابسته کمی و متغیر مستقل کیفی باشد را نشان میدهد

**نکته:** میزان تغییرات  $Y$  نسبت به  $X$  را ضریب تعیین ( $V=R^2$ ) مشخص میکند.

$$R^2 = \frac{SS_{reg}}{SS_T} = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_T}$$

$1 - R^2 =$  ضریب بیگانگی

فرض های رگرسیون چند متغیری

۱- نمره ها مستقل باشند

۲- نمره های موجود در هر خانه از جامعه ای انتخاب شده باشند

۳- خطی باشند برای این کار تمام متغیرهای مستقل دیگر را ثابت نگه میدارند

## دکتری ۹۵

در صورتی که کواریانس هوش ریاضی و معدل برابر ۳ و واریانس هر کدام به ترتیب ۴ و ۹ باشد. درصد واریانس تبیین نشده، چقدر است؟

۰/۶ (۲)

۰/۲۵ (۱)

۰/۹۲ (۴)

۰/۷۵ (۳)

گزینه ۳ صحیح است ضریب تعیین  $R^2$  واریانس تبیین شده است و  $1 - R^2 =$  تبیین نشده

$$\sigma_x = \sqrt{4} = 2, \sigma_y = \sqrt{9} = 3$$

$$r = \frac{\text{COV}_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{3}{2 \times 3} = 0/5 \Rightarrow R^2 = 0/5^2 = 0/25 \Rightarrow 1 - R^2 = 1 - 0/25 = 0/75$$

**مثال:** نتایج حاصل از سه متغیر پیش بین با تعداد ۱۰ عدد در جدول آنوا زیر ثبت شده. جدول را کامل کنید و توضیح دهید فرض صفر تایید میشود؟ ضریب تعیین را بدست آورید.

| منبع<br>تغییرپذیری<br>SOV | مجموع<br>مجدورات SS | درجات آزادی df | میانگین مربعات<br>$MS = \frac{SS}{df}$ | آماره آزمون<br>F |
|---------------------------|---------------------|----------------|----------------------------------------|------------------|
| رگرسیون                   | ۲۰                  |                |                                        |                  |
| خطا                       |                     |                |                                        |                  |
| کل                        | ۵۰                  |                |                                        |                  |



| منبع<br>تغییرپذیری<br>SOV | مجموع<br>مربعات<br>SS | درجات آزادی<br>df | میانگین مربعات<br>$MS = \frac{SS}{df}$ | آماره آزمون F                                                                    |
|---------------------------|-----------------------|-------------------|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| رگرسیون                   | ۲۰                    | K=3               | $MS_{reg} = \frac{20}{3} = 6.67$       | $F_{\alpha} = \frac{MS_{reg}}{MS_{res}}$<br>$F_{\alpha} = \frac{6.67}{5} = 1.33$ |
| خطا                       | ۳۰=۲۰-۵۰              | ۶                 | $MS_{res} = \frac{30}{6} = 5$          |                                                                                  |
| کل                        | ۵۰                    | n-1=10-1=9        |                                        |                                                                                  |

چون  $F_{\alpha} = 1.33 < F_{0.05, 3, 6} = 4.76$  فرض صفر تایید میشود و از شیب خط ها معنی دار نیست با احتمال ۹۵٪

$$R^2 = \frac{SS_{reg}}{SS_T} = \frac{20}{50} = 0.4$$

ضریب بیگانگی  $= 1 - R^2 = 1 - 0.4 = 0.6$

در سوال قبل ضریب بیگانگی را بدست آورید.

## ارشد ۹۷

۳۱- اگر در بررسی نقش عزت نفس در پیش بینی افسردگی،  $SS_{res} = 19$  و  $SS_{reg} = 81$  باشد، همبستگی پیرسون

بین این دو متغیر چقدر است؟

○/۱۹ (۱)

○/۲۳ (۲)

○/۸۱ (۳)

○/۹۰ (۴)

$$SS_T = SS_{reg} + SS_{res} = 81 + 19 = 100$$

$$R^2 = \frac{SS_{reg}}{SS_T} = \frac{81}{100} = 0.81 \Rightarrow r = \sqrt{0.81} = 0.9$$

گزینه ۴ صحیح است

## دکتری ۹۸

با کاهش کدام مورد، میزان افت همبستگی چندمتغیری کاهش می یابد؟

(۱) حجم نمونه

(۲) سطح معناداری آماری

(۳) مجذور همبستگی چندمتغیری

(۴) تعداد متغیرهای پیش بین

گزینه ۴ صحیح است

## دکتری ۹۶

همبستگی بین نمرات  $x$  و  $y$  برابر با  $-0.65$  است. در صورتی که نمرات متغیر  $y$  از طریق معادله  $\hat{y} = 10 - 5y$  به مقیاس جدید تبدیل شود، همبستگی نمرات  $x$  با  $\hat{y}$  کدام است؟

- (۱)  $-0.65$  (۲)  $-0.35$  (۳)  $1$  (۴)  $0.65$

**گزینه ۴ صحیح است** چون مقدار ضریب همبستگی تغییر نمی کند ولی علامت بستگی به علامت تغییرات دارد

$$r' = \frac{ac}{|ac|} r$$

## ارشد ۹۷

۴۵- پژوهشگری قصد دارد براساس متغیرهای هوش، تحصیلات والدین، سابقه پیش دبستانی و نوع مدرسه، پیشرفت تحصیلی دانش آموزان پایه اول تحصیلی را پیش بینی کند. برای این منظور کدام روش مناسب تر است؟

(۱) آزمایشی (۲) علی - مقایسه ای (۳) زمینه یابی (۴) همبستگی

**گزینه ۴ صحیح است**

## دکتری ۹۴

در بررسی رابطه بین دو متغیر  $x$  و  $y$  در صورتی که  $\eta_{xy}^2 - r_{xy}^2 = 0$  باشد، کدام مورد درست است؟

(۱) بین دو متغیر  $x$  و  $y$  رابطه خطی وجود دارد. (۲) بین دو متغیر  $x$  و  $y$  رابطه ای وجود ندارد. (۳) دو متغیر  $x$  و  $y$  با هم رابطه غیرخطی دارند. (۴) رابطه دو متغیر  $x$  و  $y$  متقارن است.

**گزینه ۱ صحیح است**

**نکته :**  $E(ax + by) = aE(x) + bE(y)$  و  $\text{var}(ax + by) = \text{var}(x) + \text{var}(y) + 2ab \text{cov}(x, y)$

ارشد ۹۸

اگر  $\sigma_x^2 = 2$ ،  $\sigma_y^2 = 3$  و  $\sigma_{xy} = 1$  باشد، حاصل  $\sigma_{(x+y)}^2$  چند است؟

۳ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

گزینه ۴ صحیح است  $\text{var}(ax + by) = \text{var}(x) + \text{var}(y) + 2ab \text{cov}(x, y) = 2 + 3 + 2 \times 1 = 7$

محاسبات رگرسیون چند متغیری

$$1) b_1 = \frac{r_{y1} - r_{y2}r_{12}}{1 - r_{12}^2} \left( \frac{S_y}{S_1} \right)$$

$$b_2 = \frac{r_{y2} - r_{y1}r_{12}}{1 - r_{12}^2} \left( \frac{S_y}{S_2} \right)$$

$$2) a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2$$

$$3) y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots$$



ضرایب استاندارد شده

$$\beta_1 = b_1 \frac{s_y}{s_1}$$

$$\beta_2 = b_2 \frac{s_y}{s_2}$$

مجذور همبستگی (ضریب تعیین)

$$R^2 = \frac{r_{y1}^2 + r_{y2}^2 - 2r_{y1}r_{y2}r_{12}}{1 - r_{12}^2}$$

ضریب تعیین تعدیل شده

$$R_{\text{ع}}^2 = 1 - \left[ (1 - R^2) \cdot \left( \frac{N - 1}{N - K - 1} \right) \right]$$

**مثال:** اگر در نتایج حاصل از سه متغیر پیش بین با تعداد ۱۰ عدد ضریب تعیین ۰/۸ باشد ضریب تعیین تعدیل شده را بدست آورید.

$$N = 10, K = 3, R^2 = 0/8$$

$$R_{\text{ع}}^2 = 1 - \left[ (1 - R^2) \cdot \left( \frac{N - 1}{N - K - 1} \right) \right] = 1 - \left[ (1 - 0/8) \cdot \left( \frac{10 - 1}{10 - 3 - 1} \right) \right] = 1 - 0/03 = 0/97$$

## آماره آزمون F

$$F = \frac{\frac{R^2}{K}}{\frac{1-R^2}{N-K-1}}$$

**مثال :** در سوال قبل آماره آزمون را بدست آورید

$$F = \frac{\frac{R^2}{K}}{\frac{1-R^2}{N-K-1}} = \frac{\frac{0/8}{3}}{\frac{1-0/8}{10-3-1}} = \frac{\frac{0/8}{3}}{\frac{0/2}{6}} = \frac{4/8}{0/6} = 8$$

چون  $F_m = 8 > F_{\alpha=0.05, 3, 6} = 4/7$  فرض صفر رد میشود و حداقل یکی از شیب خط ها معنی دار است با احتمال ۹۵٪

**نکته :** به منظور بررسی مسئله چند گانگی خطی از دو آماره رواداری یا تحمل و عامل تورم واریانس

(VIF) استفاده میشود

**دکتری ۹۷**

در تحلیل رگرسیون چندگانه، بزرگ بودن مقدار شاخص تحمل (Tolerance) یک متغیر پیش‌بین کدام مورد را نشان می‌دهد؟

(۱) همبستگی نیمه‌تفکیکی متغیر پیش‌بین با متغیر ملاک کمتر است.

(۲) شیب نیمه‌تفکیکی متغیر پیش‌بین در معادله رگرسیون کمتر است.

(۳) همبستگی متغیر پیش‌بین با سایر متغیرهای پیش‌بین بیشتر است.

(۴) نقش متغیر پیش‌بین در افزایش  $R^2$  بیشتر است.

**گزینه ۴ صحیح است**

۴۸- پژوهشگری قصد دارد از طریق متغیرهای کمی سن، میزان استفاده از شبکه‌های مجازی و حمایت اجتماعی ادراک شده، احساس تنهایی را پیش‌بینی کند. این پژوهشگر، کدام فعالیت را انجام نمی‌دهد؟  
(۱) از رگرسیون چندگانه برای تحلیل داده‌ها استفاده می‌کند.

(۲) بدون هیچ دستکاری یا مداخله متغیرهای پژوهش را اندازه‌گیری می‌کند.

(۳) متغیرهای پیش‌بین و ملاک را به صورت عملیاتی اندازه‌پذیر تعریف می‌کند.

(۴) سایر متغیرهای تأثیرگذار بر احساس تنهایی را از طریق طرح پژوهش کنترل می‌کند.

گزینه ۴ صحیح است



# آمار و روش تحقیق

تحلیل واریانس

مدرس : علی زارعی

## تحلیل واریانس:

هرگاه میانگین بیش از دو جامعه را بخواهیم مقایسه کنیم به جای آزمون  $t$  از تحلیل واریانس استفاده

می‌کنیم زیرا برای مقایسه  $K$  جامعه با یکدیگر باید  $\binom{k}{2} = \frac{k(k-1)}{2}$  آزمون  $t$  انجام دهیم

**تحلیل واریانس یک عامله:** در این تحلیل مدل در نظر گرفته شده به صورت  $x_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$  یامی باشد که در آن  $\mu$  میانگین کل  $\alpha_i$  اثر تیمار و  $e_{ij}$  خطا می‌باشد. که جدول آنالیز واریانس تحلیل یک عاملی به صورت زیر است

$$\begin{array}{ll} \left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots \mu_k \\ H_1 : \mu_1 \text{ ها متفاوت است} \end{array} \right. & \text{یا حداقل یکی از} \\ \left\{ \begin{array}{l} H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_k = 0 \\ H_1 : \alpha_i \text{ ها متفاوت است} \end{array} \right. & \text{حداقل یکی از} \end{array}$$

## جدول آنوا ANOVA

| متغیرات               | SS                | df                 | $MS = \frac{SS}{df}$           | F                       |
|-----------------------|-------------------|--------------------|--------------------------------|-------------------------|
| بین گروهها<br>(تیمار) | SSb               | $k - 1$            | $MS_b = \frac{SS_b}{k - 1}$    | $F = \frac{MS_b}{MS_w}$ |
| درون گروهها<br>(خطا)  | $SS_w = SS_{res}$ | $k(n - 1) = N - k$ | $MS_w = \frac{SS_w}{k(n - 1)}$ |                         |
| کل                    | $SS = SS_T$       | $N - 1$            |                                |                         |

اگر  $F_m > F_{\alpha, k-1, k(n-1)}$  باشد  $H_0$  رد می شود و حداقل یکی از  $\mu_i$ ها متفاوت است

نکته:  $t_{df}^2 = F_{1, df}$

### روابط مهم:

K: تعداد تیمار     $n_i$ : تعداد هر تیمار    N: تعداد کل     $T_i$ : جمع هر تیمار    T: جمع کل

$\bar{X}_{..}$ : میانگین کل

$$S_{Tr} = SS_B = n \sum_{i=1}^k (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2 = \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T^2}{N}$$

$$SS_W = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{X}_{i.})^2 = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i^2$$

$$SS_t = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{X}_{..})^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{T^2}{N}$$

$$\bar{X}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}}{N}$$

**نکته:** در صورتیکه  $\eta^2 \leq 0.5$  باشد مجموع مجذورات درون گروهی بیشتر از مجموع مجذورات بین گروهی است و بالعکس



## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۱۰۲- اگر بخواهیم تأثیر سه روش آموزش برنامه‌ای، انفرادی و سخنرانی بر پیشرفت تحصیلی را مقایسه کنیم، کدام طرح مناسب است؟

- (۱) سه متغیری با یک سطح  
(۲) دو عاملی با سه سطح  
(۳) یک عاملی با سه سطح  
(۴) سه عاملی با یک سطح

گزینه ۳ صحیح است

## ارشد ۹۷

در آزمون تحلیل واریانس برای مقایسه میانگین سه گروه مستقل در صورتی که  $SS_T = ۶۷۰$ ،  $SS_B = ۱۰۰$  و تعداد هر گروه مساوی ۲۰ نفر باشد، اندازه F چند است؟

(۱) ۵۰

(۲) ۱۰

(۳) ۵

(۴) ۲

| متغیرات                  | SS            | df        | $MS = \frac{SS}{df}$         | F                                                                   |
|--------------------------|---------------|-----------|------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| بین<br>گروهها<br>(تیمار) | ۱۰۰           | $۳-۱=۲$   | $MS_b = \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰$  | $F = \frac{MS_b}{MS_w} = \frac{۵۰}{۱۰} = ۵$<br><br>گزینه ۳ صحیح است |
| درون<br>گروهها<br>(خطا)  | $۶۷۰-۱۰۰=۵۷۰$ | $۶۰-۳=۵۷$ | $MS_w = \frac{۵۷۰}{۵۷} = ۱۰$ |                                                                     |
| کل                       | ۶۷۰           | $60-1=59$ |                              |                                                                     |

## دکتری ۹۸

میانگین و انحراف استاندارد پیشرفت تحصیلی در یک نمونه ۲۰ نفری از دانشجویان پسر  $\bar{X} = 40$  و  $S = 6$  و در یک نمونه ۲۰ نفری از دانشجویان دختر  $\bar{X} = 44$  و  $S = 8$  است. اگر از آزمون آنوای یک راهه برای مقایسه دو میانگین استفاده شود.  $MS_w$  کدام است؟

۱۶ (۱)

۴۸ (۲)

۵۰ (۳)

۸۴ (۴)

$$MS_w = S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{19 \times 6^2 + 19 \times 8^2}{20 + 20 - 2} = 50$$

## ارشد ۹۸

۳۲- در جدول زیر، بخشی از نتایج آزمون آنوا برای مقایسه میانگین سه گروه ارائه شده است. مقدار  $F$  محاسباتی کدام است؟

| منابع تغییر | SS | df | MS | F |
|-------------|----|----|----|---|
| بین گروهی   | ۱۲ |    |    |   |
| درون گروهی  | ۵۴ | ۱۸ |    |   |

۲ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۱۵ (۴)

| متغیرات                 | SS | df          | $MS = \frac{SS}{df}$       | F                                                                 |
|-------------------------|----|-------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| بین گروهها<br>(تیمار)   | ۱۲ | $3 - 1 = 2$ | $MS_b = \frac{12}{2} = 6$  | $F = \frac{MS_b}{MS_w} = \frac{6}{3} = 2$<br><br>گزینه ۱ صحیح است |
| درون<br>گروهها<br>(خطا) | ۵۴ | ۱۸          | $MS_w = \frac{54}{18} = 3$ |                                                                   |
| کل                      |    |             |                            |                                                                   |

### ارشد ۹۶

۳۶- در صورتی که در یک مطالعه مجموع مجذورات بین گروهی و درون گروهی به ترتیب ۶۰ و ۲۰۰ و درجات آزادی آنها به ترتیب ۳ و ۵۰ باشد، مقدار F کدام است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

| متغیرات               | SS  | df | $MS = \frac{SS}{df}$        | F                                                                  |
|-----------------------|-----|----|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| بین گروهها<br>(تیمار) | ۶۰  | ۳  | $MS_b = \frac{۶۰}{۳} = ۲۰$  | $F = \frac{MS_b}{MS_w} = \frac{۲۰}{۴} = ۵$<br><br>گزینه ۳ صحیح است |
| درون<br>گروهها        | ۲۰۰ | ۵۰ | $MS_w = \frac{۲۰۰}{۵۰} = ۴$ |                                                                    |
| (خطا)                 |     |    |                             |                                                                    |
| کل                    |     |    |                             |                                                                    |

### دکتری ۹۶

در یک آزمون تحلیل واریانس بین گروهی، متغیر مستقل دارای سه سطح است و ۱۰ نفر تحت تأثیر هر یک از این سطوح قرار گرفته‌اند، در صورتی که میانگین نمرات این سه گروه با هم برابر باشد، مجموع مجذورات و درجات آزادی بین گروهی کدام است؟

$$df=2, SS=0 \quad (2)$$

$$df=0, SS=0 \quad (1)$$

$$df=3, SS=1 \quad (4)$$

$$df=2, SS=1 \quad (3)$$

**گزینه ۲ صحیح است چون میانگینها برابر است  $ss=0$  و  $df=3-1=2$**

### دکتری ۹۸

اگر در آزمون آنوای یک راه مجذور ایفا ( $\eta^2$ ) برابر با ۰/۷۵ باشد، کدام مورد درست است؟

$$SS_B > SS_W \quad (2)$$

$$SS_T < SS_B \quad (1)$$

$$MS_W > MS_B \quad (4)$$

$$MS_B = MS_W \quad (3)$$

**گزینه ۲ صحیح است چون  $\eta^2 \geq 0/5$  است**



### ارشد ۹۵ علوم تربیتی

در بخش یافته‌های یک گزارش پژوهشی، نتایج آزمون تحلیل واریانس بین گروهی به این صورت گزارش شده است  
( $F_{(3,158)} = 28.12, P < 0.01$ ). حجم نمونه و تعداد سطوح متغیر مستقل به ترتیب کدام است؟

(۱) ۴-۱۶۲

(۲) ۳-۱۶۱

(۳) ۲-۱۵۷

(۴) ۲-۱۵۵

$$K - 1 = 3 \Rightarrow K = 3 + 1 = 4$$

$$N - K = 158 \Rightarrow N = 158 + 4 = 162$$

گزینه ۱ صحیح است

### ارشد ۹۷

۳۳- برای مقایسه میانگین چهار گروه مستقل که هر گروه شامل ۱۰ نفر است از آزمون آنوا استفاده شد. اگر میزان مجذور اتا برابر با  $\eta^2 = 0.25$  باشد، کدام مورد درست است؟

(۱) میانگین مجذورات بین گروهی کمتر از درجات آزادی بین گروهی است.

(۲) مجموع مجذورات درون گروهی بیشتر از بین گروهی است.

(۳) درجات آزادی بین گروهی بیشتر از درون گروهی است.

(۴) میزان F محاسباتی از صفر کمتر است.

گزینه ۲ صحیح است چون  $\eta^2 \leq 0.5$  است

ارشد ۱۴۰۰

۶۲ به جای  $x$  در رابطه  $\sum_{i=1}^k (n_i - 1)x$  کدام عبارت قرار گیرد تا  $SS_W$  به دست آید؟

$S_1^2$  (۱)       $\bar{x}_T \cdot S_1^2$  (۲)       $S_i$  (۳)       $(x_i - \bar{x}_T)$  (۴)

$$SS_W = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i^2$$

گزینه ۱ صحیح است طبق رابطه

ارشد ۱۴۰۱

۵۴- در آزمون تحلیل واریانس یک‌راهه، در کدام حالت، احتمال رد فرض صفر بیشتر است؟

- (۱) واریانس بین‌گروهی و درون‌گروهی برابر باشد.
- (۲) واریانس بین‌گروهی و درون‌گروهی هر دو بزرگ است.
- (۳) واریانس بین‌گروهی و درون‌گروهی هر دو کوچک باشد.
- (۴) واریانس بین‌گروهی بزرگ و واریانس درون‌گروهی کوچک باشد.

گزینه ۴ صحیح است

۵۸- در یک طرح آزمایشی، ۳۰ فرد مبتلا به اضطراب فراگیر به طور تصادفی در سه گروه ۱۰ نفری جایگزین شدند و با سه روش متفاوت تحت درمان قرار گرفتند. میانگین و انحراف استاندارد نمرات اضطراب بعد از درمان در جدول زیر ارائه شده است. اگر از آزمون آنوا برای تحلیل داده‌ها استفاده شود، میانگین مجزورات بین گروهی ( $MS_B$ ) کدام است؟

|                  | شناخت درمانی | دارودرمانی | رفتاردرمانی |
|------------------|--------------|------------|-------------|
| میانگین          | ۱۰           | ۱۲         | ۲۰          |
| انحراف استاندارد | ۲            | ۲          | ۳           |

(۱) ۴۲

(۲) ۱۰۴

(۳) ۲۸۰

(۴) ۳۶۸

گزینه ۳ صحیح است

$$\bar{X}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{X}_i}{k} = \frac{10 + 12 + 20}{3} = 14$$

$$SS_B = n \sum_{i=1}^k (\bar{X}_i - \bar{X}_{..})^2 = 10 \times [(10 - 14)^2 + (12 - 14)^2 + (20 - 14)^2] = 10 \times [16 + 4 + 36] = 560$$

$$MS_B = \frac{SS_B}{K - 1} = \frac{560}{3 - 1} = 280$$

دکتری ۹۴

کدام روش آماری زیربنای سایر روش‌ها است؟

(۱) تحلیل عاملی

(۳) تحلیل کواریانس

(۲) تحلیل رگرسیون

(۴) تحلیل واریانس

گزینه ۲ صحیح است

دکتری ۹۴

در تجزیه و تحلیل واریانس با طرح کاملاً تصادفی مجموع مجذورات درون گروهی برابر کدام یک از مقادیر زیر است؟

$$\sum_i \sum_j (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 \quad (۱)$$

$$\sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 \quad (۳)$$

$$\sum_j \sum_i (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2 \quad (۲)$$

$$\sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_{.j})^2 \quad (۴)$$

گزینه ۴ صحیح است طبق تعاریف بالا



## تحلیل واریانس دو عامله یک مشاهده به ازای هر ترکیب (بدون تاثیر متقابل):

مدل در نظر گرفته شده به صورت  $X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}$  یا می باشد که در آن رابطه خطی زیر برقرار

است  
 $\begin{cases} H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_k = 0 \\ H_1 : \text{حداقل یکی از } \alpha \text{ ها متفاوت صفر است} \end{cases}$   
 K: تعداد تیمار

n: تعداد بلوکها  
 $\begin{cases} H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_n = 0 \\ H_1 : \text{حداقل یکی از } \beta \text{ ها متفاوت صفر است} \end{cases}$

| وسیله آموزش |          |       | نوع درس | نوع درس |
|-------------|----------|-------|---------|---------|
| تلویزیون    | کامپیوتر | رادیو |         |         |
| ۵           | ۳        | ۴     | ریاضی   |         |
| ۴           | ۷        | ۳     | فیزیک   |         |
| ۵           | ۶        | ۵     | ادبیات  |         |
| ۶           | ۴        | ۵     | عربی    |         |

جدول تحلیل واریانس رده بندی دو طرفه بدون تأثیر متقابل

جدول آنوا ANOVA

| متغیرات         | SS                | df               | $MS = \frac{SS}{df}$                 | F                                                      |
|-----------------|-------------------|------------------|--------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| تیمار<br>(ستون) | $SS_A$            | $k - ۱$          | $MS_A = \frac{SS_A}{k - ۱}$          | $F_A = \frac{MS_A}{MS_w}$<br>$F_B = \frac{MS_B}{MS_w}$ |
| بلوک<br>(سطر)   | $SS_B$            | $n - ۱$          | $MS_B = \frac{SS_B}{n - ۱}$          |                                                        |
| خطا             | $SS_{res} = SS_w$ | $(n - ۱)(k - ۱)$ | $MS_w = \frac{SS_w}{(n - ۱)(k - ۱)}$ |                                                        |
| کل              | $SS = SS_T$       | $N - ۱$          |                                      |                                                        |

اگر  $F_A > F_{\alpha, k-1, (n-1)(k-1)}$  باشد،  $H_0$  رد می شود و حداقل یکی از  $\alpha_i$  ها مخالف صفر است

اگر  $F_B > F_{\alpha, n-1, (n-1)(k-1)}$  باشد،  $H_0$  رد می شود و حداقل یکی از  $B_j$  ها مخالف صفر است

## ارشد ۹۹

۵۰- در یک آزمون آفوی دو عاملی  $3 \times 2$  به ترتیب از راست به چپ، چند متغیر وابسته و مستقل مورد بررسی قرار می گیرند؟

(۱) ۲، ۱

(۲) ۶، ۱

(۳) ۳، ۲

(۴) ۶، ۲

$$df_1 = k - 1 = 2 - 1 = 1, \quad df_2 = n - 1 = 3 - 1 = 2$$

گزینه ۱ درست است

## ارشد ۱۴۰۰

۶۴- پژوهشگران بر روی اضطراب امتحان آزمایشی بر روی سه گروه اجرا کردند. در گروه اول، افراد ۲۵ دقیقه مطالعه

کردند و سپس از آن‌ها امتحان گرفته شد. در گروه دوم افراد ۲ ساعت مطالعه داشتند و سپس امتحان دادند. در

گروه سوم افراد در ساعت‌های متعددی مطالعه کردند و امتحان دادند. در این آزمایش، متغیر مستقل کدام است؟

(۱) اضطراب امتحان      (۲) سؤال‌های امتحان      (۳) زمان مطالعه      (۴) نمرات در امتحان

گزینه ۳ صحیح است

## تحلیل واریانس دو عامله یا $m$ مشاهده به ازای هر ترکیب (با تاثیر متقابل):

مدل در نظر گرفته شده به صورت  $X_{ijr} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijr}$  یا می باشد که رابطه های زیر برقرار است.

| وسیله آموزش |          |       | نوع درس | نوع درس |
|-------------|----------|-------|---------|---------|
| تلویزیون    | کامپیوتر | رادیو |         |         |
| ۵           | ۳        | ۴     | ریاضی   |         |
| ۳           | ۵        | ۳     |         |         |
| ۲           | ۹        | ۵     |         |         |
| ۴           | ۷        | ۳     | فیزیک   |         |
| ۲           | ۴        | ۶     |         |         |
| ۳           | ۵        | ۶     |         |         |
| ۵           | ۶        | ۵     | ادبیات  |         |
| ۶           | ۸        | ۳     |         |         |
| ۹           | ۹        | ۷     |         |         |
| ۶           | ۴        | ۵     | عربی    |         |
| ۷           | ۷        | ۶     |         |         |
| ۹           | ۶        | ۸     |         |         |



## جدول تحلیل واریانس رده بندی دو طرفه با تاثیر متقابل ANOVA جدول آنوا

| منبع<br>متغیرات | SS               | df               | $SS^* = MS = \frac{SS}{df}$                  | F                                                                                           |
|-----------------|------------------|------------------|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| تیمار           | $SS_A$           | $k - 1$          | $MS_A = \frac{SS_A}{k - 1}$                  | $F_A = \frac{MS_A}{MS_E}$<br>$F_B = \frac{MS_B}{MS_E}$<br>$F_{A.B} = \frac{MS_{A.B}}{MS_W}$ |
| بلوک            | $SS_B$           | $n - 1$          | $MS_B = \frac{SS_B}{n - 1}$                  |                                                                                             |
| تاثیر متقابل    | $SS_{A.B}$       | $(n - 1)(k - 1)$ | $MS_{A.B} = \frac{SS_{A.B}}{(k - 1)(n - 1)}$ |                                                                                             |
| خطا             | $SS_W$           | $kn(m - 1)$      | $MS_W = \frac{SS_W}{kn(m - 1)}$              |                                                                                             |
| کل              | $SS_T = SS_{yy}$ |                  | $H_0$                                        |                                                                                             |

اگر  $F_A > F_{\alpha, k-1, kn(m-1)}$  باشد فرض  $H_0$  (یعنی  $\alpha_i = \bar{H}_0$ ) رد می شود و حداقل یکی از تیمارها

متفاوت است اگر  $F_B > F_{\alpha, n-1, kn(m-1)}$  باشد فرض  $H_0$  (یعنی  $\beta_j = 0$ ) رد می شود و حداقل یکی

از بلوک ها متفاوت است

اگر  $F_{A.B} > F_{\alpha, (k-1)(n-1), kn(m-1)}$  باشد فرض  $H_0$  (یعنی  $(\alpha\beta)_{ij} = 0$ ) رد می شود و تاثیر متقابل

وجود دارد

### ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۴۷- اگر عوامل پژوهش به ترتیب جنسیت (با دو سطح)، تأهل (با دو سطح)، و روش تدریس (با چهار سطح) باشند به چند گروه مستقل در این طرح نیاز است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۶

گزینه ۴ صحیح است

### ارشد ۱۴۰۰

۵۳- در تحلیل واریانس دو عاملی، اگر  $df_A = ۱$ ،  $df_B = ۲$  و  $df_W = ۵۴$  و تعداد آزمودنی‌ها در خانه‌ها برابر باشند، در هر خانه چند آزمودنی است؟

(۱) ۹

(۲) ۱۰

(۳) ۲۷

(۴) ۳۰

گزینه ۲ صحیح است  $df_A = k - 1 \Rightarrow 1 = k - 1 \Rightarrow k = 2$ ،  $df_B = n - 1 \Rightarrow 2 = n - 1 \Rightarrow n = 3$

$$df_W = kn(m - 1) \Rightarrow 54 = 3 \times 2 \times (m - 1) \Rightarrow m - 1 = \frac{54}{6} = 9 \Rightarrow$$

$$m = 9 + 1 = 10$$

دکتری ۹۹

در یک آزمون آنوای دو عاملی مستقل نسبت F برای عامل A دارای درجه آزادی ۲ و ۳۶ و نسبت F برای اثر تعاملی  $A \times B$  دارای درجه آزادی ۶ و ۳۶ است. درجات آزادی نسبت F برای عامل B کدام است؟

(۱) ۲, ۳۶

(۲) ۳, ۳۶

(۳) ۴, ۳۶

(۴) ۶, ۳۶

گزینه ۲ درست است چون ۲ و ۳۶ درجه آزادی اول مربوط به صورت یا عامل A است و درجه آزادی دوم

مربوط به مخرج یا همان خطا است و ۶ و ۳۶ درجه آزادی اول مربوط به صورت یا عامل  $A*B$  است و

$$\left. \begin{array}{l} n-1=2 \\ k-1=? \\ (n-1) \times (k-1)=6 \end{array} \right\} \Rightarrow k-1=\frac{6}{2}=3$$

درجه آزادی دوم مربوط به مخرج یا همان خطا است پس  
بنابراین ۳ و ۳۶ درست است

دکتری ۹۴

در آزمون آنوای بین گروهی، افزایش میزان پراکندگی درون گروهی منجر به کدام مورد زیر می شود؟

(۲) افزایش میزان F

(۴) کاهش توان آزمون

(۱) کاهش میزان بتا

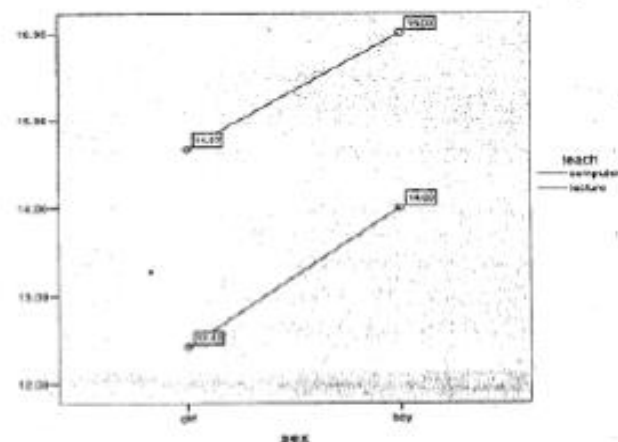
(۳) افزایش اندازه اثر

گزینه ۴ صحیح است افزایش پراکندگی درون گروهی باعث کاهش توان آزمون و افزایش

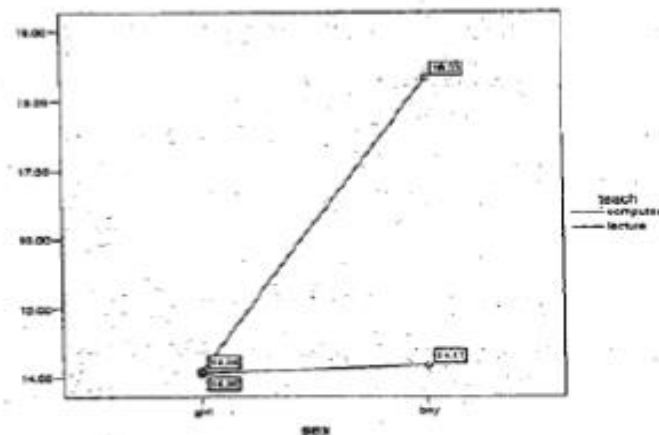
خطای نوع دوم



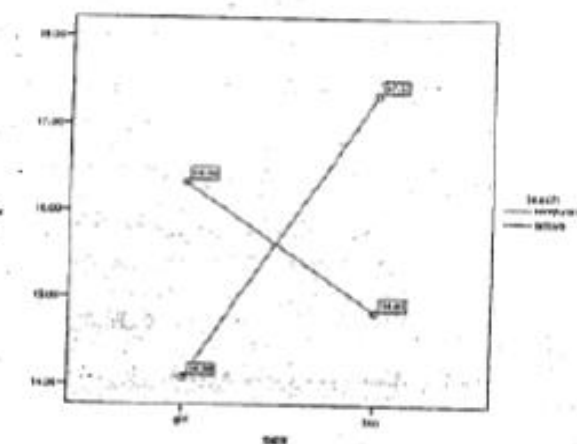
**نکته:** اگر دو خط یکدیگر را قطع کنند تعامل (تاثیر متقابل) معنا دار است و اگر دو خط موازی یکدیگر باشند تعامل بی معنا است



نمودار ۳-۲: تعامل بی معنا (مغز)



نمودار ۳-۲: تعامل معنادار (منظم)



نمودار ۳-۱: تعامل معنادار (نامنظم)

**ارشد ۱۴۰۰**

۶۵ پژوهشگری به دنبال مقایسه اثربخشی دو روش دارودرمانی و روان‌درمانی در بیماران افسرده شدید و ملایم است. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که دارودرمانی در بیماران مبتلا به افسردگی شدید تأثیر بیشتری داشته است. کدام نتیجه از این بخش از یافته‌ها استنباط می‌شود؟

(۲) دارودرمانی اثربخشی بیشتری دارد.

(۴) اثر تعاملی معنادار است.

(۱) شدت بیماری متغیر مداخله‌گر است.

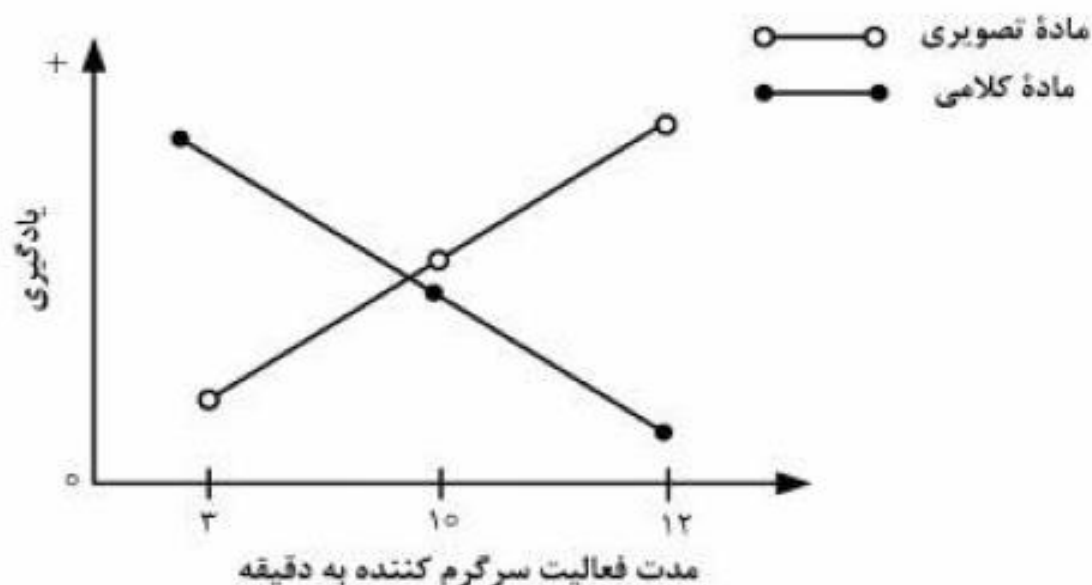
(۳) اثر اصلی عامل درمان معنادار است.

**گزینه ۴ صحیح است**



## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۴۳- از دو گروه آزمودنی خواسته‌ایم که مواد کلامی و تصویری (هر گروه فقط یک مورد) را ابتدا حفظ کنند بعد به یاد بیاورند. بین یادگیری و یادآوری به آنها یک فعالیت سرگرم‌کننده داده‌ایم که ممکن بود ۳، ۱۰ یا ۱۲ دقیقه طول بکشد. نمودار مربوط به این آزمایش چه چیزی را نشان می‌دهد؟



- (۱) اثر تعاملی بین ماده یادگیری و مدت فعالیت سرگرم‌کننده
- (۲) اثر تک تک دو متغیر در میزان یادگیری یا یادآوری
- (۳) سیر نزولی یادگیری ماده کلامی متناسب با زمان سرگرمی
- (۴) سیر صعودی یادگیری ماده تصویری متناسب با زمان سرگرمی

گزینه ۱ صحیح است

دکتری ۹۴

در چه صورتی تفسیر اثرهای اصلی متغیرهای مستقل در آزمون آنوای عاملی باید با احتیاط صورت پذیرد؟  
(۱) اثرهای اصلی معنادار نباشند.  
(۲) اثر تعاملی منظم وجود داشته باشد.  
(۳) اثر تعاملی وجود نداشته باشد.  
(۴) اثر تعاملی نامنظم وجود داشته باشد.

گزینه ۴ صحیح است

ارشد ۹۹

۵۳ در یک پژوهش آزمایشی از آزمون آنوا با طرح اندازه‌گیری مکرر استفاده شد که نتایج آن عبارت بود از  $F_{(2,22)} = 4.89, p < 0.05, \eta^2 = 0.31$ . چند نفر در این پژوهش شرکت داشته‌اند؟

۱۲ (۱)

۲۰ (۲)

۲۲ (۳)

۲۴ (۴)

گزینه ۱ درست است

$$df = nk(m-1) \Rightarrow m-1 = \frac{22}{2 \times 1} = 11 \Rightarrow m = 11 + 1 = 12$$

## آنالیز کوواریانس (ANCOVA):

از تحلیل کوواریانس به عنوان یک کنترل آماری نام برده می شود که علاوه بر متغیر مستقل و وابسته از یک یا چند متغیر کمکی استفاده میشود که **رابطه متغیر کمکی با متغیر وابسته خطی** فرض می شود

**به عنوان مثال** پژوهشگری می خواهد برای تشخیص روش تدریس مناسب ۱۵ دانشجو را انتخاب می کند سپس آنها را به به طور تصادفی به سه گروه مساوی ( روش تدریس سخنرانی - بحث گروهی و تدریس به کمک رایانه ) تقسیم می کند در ابتدا یک آزمون یکسان از همه دانشجویان می گیرد که این آزمون به به متغیر کمکی است

آنکوا نوعی آنالیز و تحلیل مانند آنوا می باشد و هرگاه در آنالیز واریانس بخواهیم اثر متغیرهای مداخله گر را به روشهای آماری حذف کنیم تا نتایج با دقت بیشتری به دست آید از آنالیز کوواریانس (آنکوا) استفاده می شود در این روش هم از کنترل آماری استفاده می شود و هم از واریانس، به عبارت بهتر به جای تحلیل واریانس تحلیل کوواریانس مورد استفاده قرار می گیرد. درحقیقت آنکوا (ANCOVA) مدل ادغام شده آنوا (ANOVA) و همچنین رگرسیونی برای متغیرهای پیوسته است. تحلیل کوواریانس مناسبترین آزمون آماری برای طرح پیش آزمون و پس آزمون ۲ گروهی است و تنها عامل تهدید کننده اعتبار درونی تحلیل کوواریانس طرح پیش آزمون است. طرحهایی که در آنها چندین متغیر مستقل کمی و در ارتباط با عاملهای کیفی بکار برده می شوند، طرحهای تحلیل کواریانس نامیده می شوند. درجه آزادی متغیر کمکی یک است



## جدول ANCOVA

| متغیرات                                 | SS             | Df          | $MS = \frac{SS}{df}$                            | F                                                                                      |
|-----------------------------------------|----------------|-------------|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| عمل آزمایشی<br>یابین گروهی<br>تعدیل شده | $SS_{y(b)adj}$ | $K - 1$     | $MS_{y(b)adj} = \frac{SS_{y(b)adj}}{K - 1}$     | $F_r = \frac{MS_{y(b)adj}}{MS_{y(w)adj}}$<br><br>$F_r = \frac{MS_{cov}}{MS_{y(w)adj}}$ |
| درون گروهی<br>تعدیل شده                 | $SS_{y(w)adj}$ | $N - K - 1$ | $MS_{y(w)adj} = \frac{SS_{y(w)adj}}{N - K - 1}$ |                                                                                        |
| متغیر کمکی<br>(همراه)                   | $SS_{cov}$     | 1           | $MS_{cov} = \frac{SS_{cov}}{1} = SS_{cov}$      |                                                                                        |
| کل                                      |                | $N - 1$     |                                                 |                                                                                        |

اگر  $F \succ F_{\alpha, K-1, N-K-1}$  باشد فرض صفر رد میشود و عمل آزمایشی موثر است

اگر  $F \succ F_{\alpha, 1, N-K-1}$  باشد فرض صفر رد میشود و متغیر کمکی (همراه) موثر است

## ارشد ۱۴۰۰

۵۰- در صورتی که قصد داشته باشیم اثرات اصلی و تعاملی دو متغیر مستقل را بعد از حذف اثر چند متغیر دیگر بر متغیر وابسته بررسی کنیم، کدام روش آماری مناسب است؟

- (۱) آنوای عاملی      (۲) آنکوای عاملی      (۳) آنوای یک راهه      (۴) آنکوای یک راهه

گزینه ۲ صحیح است

## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۱۰۱- دانشجویان با انگیزه تحصیلی بالا، ساعات بیشتری را به مطالعه می پردازند و در نتیجه معدل بالاتری دارند، در این مثال، متغیرهای انگیزه تحصیلی و ساعات مطالعه چه نقشی دارند؟

- (۱) مستقل - واسطه‌ای      (۲) مستقل - وابسته  
(۳) کنترل - وابسته      (۴) مداخله‌گر - تعدیل کننده

گزینه ۱ صحیح است







# آمار و روش تحقیق

تاریخچه پژوهش

مدرس : علی زارعی

## پژوهش

### تحقیق کمی:

تحقیق کمی برای جمع آوری داده‌های واقعی و درست طراحی شده است. داده‌های کمی از نوع، ساختار یافته و آماری هستند و برای بدست آوردن یک نتیجه‌ی کلی از تحقیق، مورد استفاده قرار می‌گیرند. تحقیقات کمی نتایج آماری را در اختیار شما قرار می‌دهند. احتمالاً محققان این روش را بیشتر اوقات بکار می‌گیرند. بسیاری از متخصصان و دانشمندان باید آمارهایی درباره روندهای مختلف، رویدادها، موارد اولیه، رفتارهای انسانی و موارد دیگر جمع آوری کنند. تجزیه و تحلیل چنین داده‌هایی به مهارت‌هایی از قبیل دقت و شفافیت نیاز دارد.

**تحقیق کیفی:** تحقیق کیفی به جمع‌آوری اطلاعاتی می‌پردازد که بیشتر برای توصیف یک موضوع به آنها نیاز است. داده‌های تحقیق کیفی زمانی مهم هستند که شما صرفاً نیازمند اعداد و ارقام نیستید. این پژوهش زمانی لازم است که محقق مجبور شود عمیق‌تر به موضوع بپردازد. به عنوان مثال، هنگامی که می‌خواهید در مورد ترجیحات و نظرات مشتریان اطلاعات کسب کنید چنین تحقیقی لازم است. داده‌های کیفی می‌توانند جنبه‌های مختلف یک متغیر را بررسی نموده و پاسخ‌های کاملتری از آن ارایه کنند. روش تحقیق کیفی پویا و منعطف است و به صورت‌های انجام می‌پذیرد

۱- گروه‌های متمرکز      ۲- مصاحبه      ۳- نظر سنجی با سوال باز      ۴- تجزیه و تحلیل خبره

**ارشد ۹۵ علوم تربیتی**

۹۸- کدام ویژگی، جوهره بنیادین رویکردهای پژوهش کیفی به‌شمار می‌رود؟

(۲) انعطاف‌پذیری

(۱) تعمیم‌ناپذیری

(۴) باورپذیری

(۳) تفسیرپذیری

**گزینه ۲ صحیح است**

### روش تحقیق توصیفی

روش تحقیق توصیفی (غیرآزمایشی) شامل مجموعه روش‌هایی است که هدف آنها توصیف شرایط یا پدیده‌های مورد بررسی است. تحقیق توصیفی یک روش تحقیق علمی است که بدون دخالت پژوهشگر در متغیرها صورت می‌گیرد. اجرای تحقیق توصیفی صرفاً برای شناخت بیشتر شرایط موجود یا یاری رساندن به فرایند تصمیم‌گیری باشد. بیشتر تحقیقات علوم رفتاری را در زمره تحقیق توصیفی به شمار آورد.

روش پژوهش علمی براساس استدلال قیاسی و استقرایی انجام می‌شود.

قیاس به معنای رسیدن از کل به جزء است و رسیدن از جزء به کل است. قیاس و استقرا دو مفهوم فلسفی هستند که در روش تحقیق کاربردی زیربنایی دارند.

### استدلال استقرایی:

استقرا (Induction) به معنای رسیدن از جزء به کل است یعنی در این روش فکری، با استفاده از معلومات جزئی و داده‌های تجربی و برقراری ارتباط بین آنها حکم کلی استخراج می‌شود. استدلال استقرایی دارای رویکردهای زیر است. ۱- مشاهده ۲- الگوسازی ۳- فرضیه ۴- نظریه

### استدلال قیاسی:

قیاس (Deduction) به معنای رسیدن از کل به جزء است. به این معنا که براساس نظریه‌های موجود اقدام به فرضیه‌سازی می‌شود و با آزمون فرضیه‌ها نتایج تحقیق روشن می‌شود. این شیوه اندیشه ریشه در مکتب خردگرایی دارد. ۱- نظریه ۲- فرضیه ۳- مشاهده ۴- اثبات



## مراحل بررسی یک مطلب علمی

بررسی یک مطلب علمی دارای سه مرحله است

(۱) **بیان فرضیه:** در این مرحله، پژوهشگر پس از بیان و تعیین مسئله، راه حل پیشنهادی خود را تبیین می کند. برای مثال، پژوهشگر طرح خود را با این پرسش آغاز می کند که ادراک کودکان از خود، چه نقشی در فرآیند یادگیری خواندن آنها ایفا می کند؟ وی سپس فرض می کند که بین ادراک کودکان کلاس اول از خود و پیشرفت در خواندن، رابطه ی مستقیم وجود دارد. **بنابراین فرضیه، پاسخ فرضی به پرسشی است که پژوهشگر مطرح کرده است.**

(۲) **جمع آوری اطلاعات براساس نوع فرضیه:** پژوهشگر پس از طرح پرسش و ارائه ی فرضیه، اطلاعات لازم را جمع آوری می کند. جمع آوری اطلاعات، خود روش های خاصی دارد که به بیان آنها خواهیم پرداخت.

(۳) **تحلیل اطلاعات بر اساس روش ویژه آن:** در این مرحله - که درحقیقت مهم ترین مرحله است - پژوهشگر به تفسیر و نتیجه گیری از اطلاعات به دست آمده می پردازد.

### (۱) روش آزمایش

مهم ترین روش در روان شناسی، آزمایش است؛ به گونه ای که گسترش این روش به پدید آمدن یکی از شاخه های روان شناسی به نام «روان شناسی آزمایشی» انجامیده است. در روش آزمایشی، تأثیرهای یک پدیده ی روانی را بر پدیده ی دیگر بررسی کرده، با کنترل متغیرها، رفتارهای گوناگون را تجزیه و تحلیل می کنند. پژوهشگر، اوضاع را به دقت و به طور معمول در آزمایشگاه، کنترل و اندازه گیری می کند تا روابط میان متغیرها را کشف کند. برای مثال، کشف ارتباط بین دو متغیر عبادت و آرامش آزمایش می شود.

درحقیقت، روش آزمایش، روش بررسی تعیین روابط علت و معلولی است که روان شناس با کنترل و دست کاری متغیرها، آثار هریک را جداگانه بررسی می کند. درمثال یاد شده، مقدار عبادت، متغیر مستقل نامیده می شود؛ زیرا از کارهایی که آزمودنی انجام می دهد، مستقل و مقدار آن نیز با آزمایشگر است. مقدار آرامش، متغیر وابسته نامیده می شود؛ زیرا مقدار آرامش، تابع مقدار عبادت است، که همان متغیر مستقل است. بنابراین، متغیر مستقل، متغیری است که آزمایشگر آن را دست کاری می کند و متغیر وابسته، متغیری است که آزمایشگر آن را می بیند.

در روش آزمایش به دو گروه نیاز است: گروه آزمودنی و گروه گواه یا کنترل. گروه آزمودنی کسانی اند که آزمایشگر، متغیر مستقل را روی آنها انجام می دهد و گروه گواه افرادی اند که هیچ اقدامی روی آنها انجام نمی شود؛ بلکه تنها آزمایشگر آنها را می بیند. درحقیقت، وجود گروه کنترل به آزمایشگر کمک می کند تا با مقایسه ی دو گروه، از متغیر مستقل اطمینان بیشتری یابد.

## (۲) روش مشاهده

یکی دیگر از روش های روان شناسی، روش مشاهده است. در این روش، پژوهشگر پدیده ی مورد نظر، از جمله رفتار انسان را در محیط طبیعی به طور دقیق می بیند و ثبت می کند. البته پژوهشگران باید دوره ی آموزشی لازم را بگذرانند تا بتوانند مشاهدات خود را به طور صحیح و واقعی ثبت کنند. تفاوت اساسی این روش با روش آزمایشی در نوع دخالت پژوهشگر است. در این روش، پژوهشگر در فضای کاملاً طبیعی و بدون هیچ گونه دخالتی، مشاهدات خود را (مانند رفتار کودکان در کلاس) ثبت و تجزیه و تحلیل می کند.

## (۳) روش زمینه یابی

در مواردی که امکان مشاهده ی مستقیم نیست، از روش زمینه یابی استفاده می شود. در این روش، به وسیله ی پرسش نامه و مصاحبه ی مستقیم، اطلاعات جمع آوری می شود. از آنجا که خود شخص به پرسش ها پاسخ می دهد، امکان سوگیری و نشان دادن تصویر بهتر از خود وجود دارد. با این حال، روش زمینه یابی نتایج بسیار مهمی خواهد داشت؛ به ویژه آنکه اطلاعات جمع آوری شده به وسیله ی رایانه تحلیل شود.



#### (۴) روش مورد پژوهی

روش مطالعه ی موردی هنگامی به کار می رود که تنها یک نمونه در زمانی نسبتاً طولانی مطالعه شود. اطلاعات جمع آوری شده، ممکن است شامل ویژگی های شخصیتی، روابط اجتماعی، رویدادهای مهم زندگی، اطلاعات آموزشی یا شغلی و دیگر اطلاعات زندگی نامه ای و زیستی باشد. با بررسی چندین تاریخچه ی موردی، می توان به برخی عوامل کلی دست یافت. پیازه و فروید با استفاده از این روش، بسیاری از فرضیه ها و نظریه های خود را مطالعه و بررسی می کردند. مطالعه ی موردی زمانی به کار می رود که یافتن آزمودنی ها به اندازه ی کافی برای انجام آزمایش، با استفاده از زمینه یابی یا مشاهده ی طبیعی تقریباً غیرممکن باشد.

#### (۵) روش شرح حال نگاری

در این روش پژوهشگر از طریق بازسازی زندگی نامه ی شخصی فرد براساس سوابق و مدارک موجود و رویدادهای برجای مانده، صورت می گیرد. این بازسازی از این جهت ضرورت دارد که معمولاً تا وقتی کسی با مشکل روبه رو نشده، به آگاهی از گذشته اش نیاز نیست، اما وقتی شخص به مشکلی دچار می شود؛ اطلاع از گذشته اش برای درک رفتار فعلی وی ضرورت می یابد . شرح حال را می توان از راه مطالعات طولی نیز تهیه کرد؛ بدین ترتیب که فرد یا گروهی برای مدتی طولانی و در فواصل منظم کانون مشاهده قرار گیرند.



## ۶) روش آزمون ها

روش آزمون ها، یکی از روش های متداول در روان شناسی است. با استفاده از این روش، اطلاعات گسترده ای درباره ی افراد به دست می آید که می توان توانایی ها، رغبت ها، نگرش ها و هوش افراد را اندازه گرفت. آزمون های هوش، استعداد و شخصیت از این نمونه اند. از ویژگی های مثبت این روش آن است که پژوهشگر، به وسایل پیچیده ی آزمایشگاهی نیاز ندارد، اما تفسیر آن، به مهارت و دانش کافی در این روش نیاز دارد. همچنین بسیاری از اطلاعات افراد را بدون برهم زدن نظم زندگی عادی آنان می تواند به دست آورد .

## ۷) روش هم بستگی

در روش هم بستگی، پژوهشگر رابطه بین دو متغیر قابل اندازه گیری را بررسی می کند. برای مثال، بین دانش آموزانی که بازی رایانه ای زیاد انجام می دهند و نمره های درسی آنان چه رابطه ای وجود دارد. از این روش، بیشتر هنگامی استفاده می شود که استفاده از روش آزمایش در همه جا ممکن نباشد و نتوان همه ی متغیرهای لازم را کنترل کرد. پژوهش بر حالات روانی انسان، مانند اضطراب، از جمله مواردی است که دست کاری آن ممکن نیست . در این روش، پژوهشگر بدون هیچ گونه تصرفی در متغیرها، روابط میان آنها را بررسی و با ضریب هم بستگی محاسبه می کند. هنگامی که دو متغیر با یکدیگر هم بستگی داشته باشند، تغییر در یک متغیر با تغییر هم زمان در متغیر دیگر همراه است. این هم بستگی را به سه صورت می توان تصور کرد:

الف) اگر تغییرات هر دو متغیر در یک جهت باشد، یعنی درجهت افزایش یا کاهش تغییر کنند، رابطه ی آن دو، مثبت نامیده می شود؛ مانند رابطه ی میان قد و وزن.

ب) اگر تغییرات دو متغیر در خلاف جهت یکدیگر تغییر کنند، یعنی با افزایش یک متغیر، متغیر دیگر کاهش یابد، این رابطه، منفی است؛ مانند پایین آمدن نمره ی امتحان و بازی های رایانه ای فراوان.

ج) در متغیرهایی که اصلاً با یکدیگر رابطه ای ندارند، هم بستگی صفر است؛ مانند رابطه ی بین نمره آزمون یک فرد در ایران و گرمای هوا در آفریقا

## قوم نگاری (Ethnography) :

قوم نگاری یک روش کیفی است که به مطالعه نظام مند مردم و فرهنگ آن ها می پردازد. طراحی آن به صورتی است که پژوهشگر در آن پدیده فرهنگی را در جامعه از زاویه دید موضوع مطالعه بررسی می کند. قوم نگاری ابزاری است که فرهنگ یک گروه را به صورت مکتوب و مصور بازنمایی می کند؛ بنابراین بسته به اینکه به عنوان یک مورد قابل شمارش یا اسم از آن یاد شود این عبارت معنای متفاوتی خواهد یافت نتیجه یک مطالعه میدانی یا گزارش یک مورد نمایانگر دانش و نظام معنایی در زندگی یک گروه فرهنگی است. قوم نگاری یکی از مهم ترین روش های پژوهش در مطالعات مردم شناسی است .

تحقیقات کیفی از نظر روش گرد آوری و تحلیل داده ها مفروضه های زیر بنایی و چگونگی حل مسائل مورد مطالعه با تحقیقات کمی تفاوت دارد. تحقیق کیفی معمولا از چند روش تحقیق و جمع آوری اطلاعات همچون تحقیق میدانی ، مشاهده حضوری ، مصاحبه عمیق و قوم شناسی تشکیل شده است. در همه این روش های جمع آوری اطلاعات تاکید اصلی بر این است که تجربه بهترین ابزار درک رفتار اجتماعی است.

### ویژگی هایی تحقیقات قوم نگاری:

- ۱- ویژگی محیط گرایی، ۲- ماهیت کیفی - پدیدار شناختی، ۳- استفاده از روش شرکت کننده-مشاهده
- گر، ۴- دیدگاه کل گرا



### روش دلفی

روش دلفی فرایندی ساختار یافته برای جمع‌آوری و طبقه‌بندی دانش موجود در نزد گروهی از کارشناسان و خبرگان است که از طریق توزیع پرسشنامه‌هایی در بین این افراد و بازخورد کنترل شده پاسخ‌ها و نظرات دریافتی صورت می‌گیرد. تکنیک دلفی برای «شناسایی» و «غربال» مهمترین شاخص‌های تصمیم‌گیری قابل استفاده است.

### مطالعه موردی (مورد پژوهی):

مطالعه موردی یکی از روش‌های تحقیق کیفی در علوم اجتماعی و روانشناسی است. نمونه پژوهی‌های علمی باید بر پایه یک یا چند چارچوب یا مدل مفهومی معتبر باشد. مورد پژوهی، بررسی متمرکز و عمیق یک فرد، گروه، رویداد یا اجتماع است. راه‌های دیگر نمونه پژوهی شامل تجربه‌ها، بررسی آماری و کندوکاو داده‌های بایگانی شده می‌باشد. مورد پژوهی بر اقدام عملی مبتنی است و به همین دلیل ممکن است پیچیده و میان‌رشته‌ای باشد و فرصت‌هایی را برای درک مسائل و جستارهای وابسته با نمونه پژوهش پدید آورد.



## تحقیق پیمایشی (Survey method):

تحقیق پیمایشی روشی برای بررسی توزیع ویژگی‌های یک جامعه از طریق گردآوری داده است. برخی این روش را معادل گردآوری اطلاعات از طریق پرسشنامه می‌دانند اما در واقع پیمایش فراتر از صرفاً گردآوری داده‌ها و یکی از انواع روش تحقیق محسوب می‌شود. اگرچه پرسشنامه در این روش کاربرد گسترده‌ای دارد، اما برای جمع‌آوری اطلاعات می‌توان از فنون دیگر استفاده کرد. پیمایش، مجموعه‌ای از روش‌های منظم و استاندارد است که برای جمع‌آوری اطلاعات درباره افراد، خانواده‌ها و یا مجموعه‌های بزرگتر مورد استفاده قرار می‌گیرد و همچنین روشی برای بدست آوردن اطلاعاتی درباره ی دیدگاه‌ها، باورها، نظرات، رفتارها یا مشخصات گروهی از اعضای یک جامعه آماری از راه انجام تحقیق است. این روش احتمالاً بهترین روش موجود برای آن دسته از پژوهندگان اجتماعی است که علاقه‌مند به جمع‌آوری داده‌های اصلی برای توصیف جمعیت‌های بزرگ هستند که نمی‌توان بطور مستقیم آنها را مشاهده کرد. با نمونه‌گیری احتمالی دقیق میتوان گروهی از پاسخگویان را فراهم کرد که ویژگی‌های آنان منعکس کننده ویژگی‌های جمعیت بزرگتر باشد هم چنین این روش وسیله خوبی برای سنجش نگرشها و جهت گیریها است. میتوان از پیمایشها برای هدفهای توصیفی واکتشافی استفاده کرد. پیمایش یک فرایند پژوهشی است که به منظور جمع‌آوری اطلاعات درباره این موضوعات که: مردم چه می‌دانند؟ چه فکر می‌کنند؟ چه کاری انجام می‌دهند؟ و... انجام می‌پذیرد. پژوهشهای پیمایشی می‌توانند در سه سطح انجام‌پذیرند که شامل توصیف، تبیین و کشف هستند.

پژوهشهای افکارسنجی و نظرسنجی از جمله پیمایشهایی محسوب می‌شوند که در بخش توصیفی مطرح می‌شوند. تحقیق پیمایشی به دو صورت ۱- پیمایش مقطعی ۲- پیمایش طولی صورت می‌گیرد

**۱-تحقیق پیمایشی مقطعی**؛ محققان برای جمع آوری بینش از مخاطب هدف در یک بازه زمانی خاص ، یک پیمایش مقطعی انجام می‌دهند. این روش تحقیق پیمایشی در بخشهای مختلف مانند خرده فروشی ، آموزش ، مراقبت های بهداشتی ، مشاغل و غیره اجرا می‌شود. تحقیقات پیمایشی مقطعی می‌تواند توصیفی یا تحلیلی باشد. سریع است و به محققان کمک می‌کند تا اطلاعات را در یک دوره کوتاه جمع آوری کنند. محققان در شرایطی که به تحلیل توصیفی یک موضوع نیاز است ، به روش تحقیق پیمایشی مقطعی اعتماد می‌کنند.

تحقیقات پیمایشی نیز با توجه به روش های نمونه گیری که برای تشکیل نمونه های تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرد ، به دو شاخه تقسیم می‌شوند: نمونه گیری از احتمالی و غیر احتمالی. هر فرد از یک جمعیت باید به گونه ای در نظر گرفته شود که بخشی از نمونه تحقیق پیمایشی است. نمونه گیری احتمال روشی نمونه گیری است که در آن محقق عناصر را براساس تئوری احتمال انتخاب می‌کند. روشهای مختلف تحقیق احتمالی ، از جمله نمونه گیری تصادفی ساده ، نمونه گیری سیستماتیک ، نمونه گیری خوشه ای ، نمونه گیری تصادفی طبقه ای و غیره وجود دارد. نمونه گیری غیر احتمالاً روشی نمونه گیری است که محقق با استفاده از دانش و تجربیات خود نمونه هایی را تشکیل می‌دهد. تکنیک های مختلف نمونه گیری غیر احتمالاتی عبارتند از: نمونه گیری راحت ، نمونه گلوله برفی ، نمونه برداری متوالی ، نمونه گیری قضاوتی و نمونه برداری سهمیه ای. برای مثال بررسی میزان علاقه دانشجویان سال



اول دبیرستان به ادامه تحصیل در یک رشته خاص. بیشتر تحقیقات مدیریت در دوره کارشناسی ارشد تحقیقات پیمایشی-مقطعی هستند. روش مقطعی به منظور گردآوری داده‌ها درباره یک یا چند صفت در یک مقطع از زمان (یک روز، یک هفته، یک ماه) از طریق نمونه‌گیری از جامعه انجام می‌شود. اینگونه پژوهش به توصیف جامعه براساس یک یا چند متغیر می‌پردازد. برای مثال به منظور بررسی میزان علاقه دانشجویان کارشناسی مدیریت به ادامه تحصیل در شاخه‌های مختلف مدیریت می‌توان از روش تحقیق پیمایشی به شیوه مقطعی استفاده کرد. در تحقیقات مدیریت، مطالعات مقطعی به منظور شناخت ماهیت و میزان تغییرات که نمایانگر سطوح سنی مختلف است انجام می‌شود.

۲- **تحقیق پیمایشی طولی:** تحقیق پیمایشی طولی شامل انجام تحقیقات پیمایشی در یک بازه زمانی گسترده در سالها یا دهه‌ها است. داده‌های جمع‌آوری شده با استفاده از این روش تحقیق پیمایشی از یک دوره زمانی به دوره دیگر، کیفی یا کمی است. رفتار، ترجیحات، نگرش‌های پاسخ‌دهنده به طور مداوم در طول زمان مشاهده می‌شود تا دلایل تغییر رفتار یا تنظیمات را تجزیه و تحلیل کند. به عنوان مثال، فرض کنید یک محقق قصد دارد در مورد عادات غذایی نوجوانان اطلاعاتی کسب کند. در این صورت، وی برای اطمینان از قابل اعتماد بودن اطلاعات جمع‌آوری شده، نمونه‌ای از نوجوانان را در مدت زمان قابل توجهی دنبال خواهد کرد. برای مثال «سیر تحول ثبت نام دانشجویان دختر در دوره‌های تحصیلات تکمیلی» یا «بررسی تحول مهارت‌های زبان فارسی پایه اول تا پنجم ابتدائی». تحقیقات تحولی که به بررسی روندها و تحول پدیده‌ها در طول زمان می‌پردازند از این دسته هستند. در تحقیقات طولی، داده‌ها در زمان‌های مختلف گردآوری می‌شود تا تغییرات بر حسب زمان بررسی شده و به رابطه این متغیرها از نظر تغییرات در طول زمان پی برده شود. بررسی روند فرایندها، بررسی یک گروه ویژه یا بررسی یک گروه منتخب در این نوع مطالعه استفاده می‌شود. این مطالعات در طول یک زمان ۵ ساله یا ۱۰ ساله انجام می‌شود. این مطالعات نیاز به زمان و هزینه بالایی دارند و برای دانشجویان دوره ارشد مدیریت مناسب نیستند.

### روش پانلی:

در طرح پانل گروه معینی از افراد در طول زمان مورد بررسی قرار می گیرند: سنجش متغیر در دو مقطع زمانی و اعمال مداخله در فاصله این دو مقطع صورت می گیرد. تفاوت متغیر از زمان اول به زمان دوم ما را قادر به سنجش تغییر در آن دوره می سازد و احتمال تغییر عقائد وجود دارد این روش جزء روشهای پیمایش طولی است

### پدیدار شناسی:

هدف اصلی یک روش تحقیق پدیدارشناس، از خلق یک توصیف جامع از پدیده تجربه شده برای دستیابی به درک ساختار ذاتی آن است تا ارائه مفهوم تفسیری از درک پدیده بیش از توصیف آن متغیر می باشد. پدیدارشناسی یک روش تحقیق کیفی است که هر چند نقطه شروع آن فلسفه است، ولی خیلی زود به رشته های علوم اجتماعی، روان شناسی و پرستاری نیز رسید. این روش تحقیق نظام دار و دقیق، یکی از رویکردهای تحقیق است، که به جلوه گری و نمایاندن ادراکات تجربه انسانی در مورد انواع پدیده ها می پردازد.

### ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۴۰- در کدام یک از شرایط زیر، پژوهشگر می تواند فرضیه جهت دار ارائه دهد؟

- (۱) زمانی که پژوهش نو و بدیع است.
- (۲) زمانی که نتوان از سؤال پژوهش استفاده کرد.
- (۳) وقتی که تحقیق آزمایشی یا شبه آزمایشی است.
- (۴) وقتی که نظریه یا پیشینه کافی مرتبط با فرضیه وجود دارد.

گزینه ۴ صحیح است



### ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۴۱- کدام اقدام را می‌توان معادل «پیوند زبان عملی مقیاس‌های اندازه‌گیری با زبان نظری» به‌شمار آورد؟

گزینه ۳ صحیح است

### ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۴۵- کدام مورد، هدف اساسی پژوهش‌های مبتنی بر نظریه انتقادی است؟

- |                                   |                                            |
|-----------------------------------|--------------------------------------------|
| (۱) تغییر و هدایت واقعیت          | (۲) مشارکت افراد در کشف واقعیت             |
| (۳) درک عمیق واقعیت در بستر طبیعی | (۴) توانمندسازی افراد برای درک عمیق واقعیت |

گزینه ۱ صحیح است

### ارشد ۹۶

۴۱- در تحقیق آزمایشی «بررسی تأثیر رنگ محیط بر میزان تمرکز و یادگیری دانشجویان دختر و پسر» کدام متغیر نیازمند تعریف عملیاتی آزمایشی است؟

- |              |             |
|--------------|-------------|
| (۱) تمرکز    | (۲) جنسیت   |
| (۳) رنگ محیط | (۴) یادگیری |

گزینه ۳ صحیح است

## ارشد ۹۶

۴۲- در کدام طرح پژوهشی، ۴ مرحله «تشخیص و برنامه‌ریزی، اقدام برای رفع مشکل، مشاهده و تحلیل و تعدیل» وجود دارد؟

- (۲) تک آزمودنی  
(۴) پژوهش در عمل

- (۱) مطالعه موردی  
(۳) قوم‌نگاری

گزینه ۴ صحیح است

## ارشد ۹۶

۴۳- «محقق می‌خواهد به مقایسه سرزندگی تحصیلی کودکان تک والد و عادی پردازد.» کدام روش تحقیق مناسب است؟

- (۲) پیمایشی  
(۴) مطالعه موردی

- (۱) پس‌رویدادی  
(۳) همبستگی

گزینه ۱ صحیح است

## ارشد ۹۶

۴۴- برای بررسی اتفاق نظر یک گروه از صاحب نظران درباره یک موضوع خاص، کدام روش مناسب است؟

- (۲) مقطعی  
(۴) همبستگی

- (۱) طولی  
(۳) دلفی

گزینه ۳ صحیح است

ارشد ۹۶

۴۵- در کدام یک از انواع تحقیق فرض بر این است که شباهت بین انسان‌ها بیشتر از تفاوت بین آنها است؟

(۱) کیفی

(۲) کمی

(۳) موردی

(۴) پدیدارشناسی

گزینه ۲ صحیح است

ارشد ۹۷

۴۴- برای سنجش افکار عمومی جامعه در مورد فرصت‌ها و تهدیدهای شبکه‌های اجتماعی مجازی، کدام روش مناسب‌تر است؟

(۱) اقدام پژوهی

(۲) پیمایشی

(۳) پدیدارشناسی

(۴) قوم‌نگاری

گزینه ۲ صحیح است

ارشد ۹۷

۴۷- روان‌شناس بالینی که در زمینه سبب‌شناسی اختلال شخصیت مرزی مشغول پژوهش است، با مطالعه و بررسی

تئوری شناختی، فرضیه‌ای را در مورد سبب‌شناسی این اختلال مطرح می‌کند. فرضیه مطرح شده از کدام نوع است؟

(۱) قیاسی

(۲) صفر

(۳) خلاف

(۴) استقرایی

گزینه ۱ صحیح است



ارشد ۹۷

۴۸- کدام مورد درباره فرضیه پژوهشی نادرست است؟

- (۱) فرضیه باید قابل آزمون باشد.
- (۲) رابطه بین دو یا چند متغیر را بیان می کند.
- (۳) فرضیه ممکن است دارای جهت باشد.
- (۴) در همه پژوهش ها، فرضیه ارائه می شود.

گزینه ۴ صحیح است

ارشد ۹۷

۴۹- پژوهشگری به دنبال توصیف و تفسیر اولین تجربه مصرف مواد مخدر از دیدگاه نوجوانانی است که دچار سوء

مصرف مواد هستند، برای این منظور کدام روش مناسب تر است؟

- (۱) تئوری تجربه محور
- (۲) پدیدارشناختی
- (۳) مورد پژوهی
- (۴) نظریه داده بنیان

گزینه ۲ صحیح است

ارشد ۹۷

۵۰- کدام مورد درباره پژوهش های کمی و کیفی درست نیست؟

- (۱) هدف پژوهش کمی دستیابی به قوانین کلی و عام است.
- (۲) پژوهش کیفی به فهم و درک پدیده های اجتماعی نظر دارد.
- (۳) گروه نمونه در پژوهش کمی به طور معمول بزرگ و معرف است.
- (۴) طرح تحقیق در پژوهش کیفی قبل از اقدام به پژوهش تهیه می شود.

گزینه ۴ صحیح است



ارشد ۹۸

۴۱- پژوهشگری قصد دارد در قالب یک پژوهش، زندگی با یک فرد مبتلا به اعتیاد اینترنت را تجربه کند. برای این

منظور، کدام روش پژوهش مناسب‌تر است؟

- (۱) روایتی (۲) قوم‌نگاری (۳) داده‌بنیان (۴) پدیدارشناسی

گزینه ۴ صحیح است

ارشد ۹۸

۴۴- کدام مورد در خصوص پژوهشگران کیفی، درست است؟

- (۱) نمونه‌های محدود اما با اطلاعات زیاد و غنی را مطالعه می‌کنند.  
(۲) در پژوهش صرفاً به رفتارها و پدیده‌های قابل مشاهده توجه دارند.  
(۳) بین خود و مشارکت‌کنندگان فاصله‌ای معین و ملموس قائل هستند.  
(۴) از نظریه‌های پیش‌پنداشته استفاده می‌کنند تا بر اساس آن‌ها اطلاعات را گردآوری کنند.

گزینه ۱ صحیح است

ارشد ۱۴۰۰

۵۵- کدام فعالیت برای محدود کردن مسئله پژوهش لازم نیست؟

- (۱) بیان سؤال (۲) تعریف مفاهیم  
(۳) تبیین مفاهیم (۴) تشخیص رابطه بین مفاهیم

گزینه ۲ صحیح است

۴۵- کدام مورد، از ویژگی‌های پژوهش آزمایشی نیست؟

- (۱) روایی درونی بالایی دارد.
- (۲) دستکاری همه متغیرها را امکان‌پذیر می‌کند.
- (۳) شرکت‌کنندگان به‌طور تصادفی جایگزین می‌شوند.
- (۴) از طریق آن می‌توان به روابط علت و معلولی دست یافت.

گزینه ۲ صحیح است

۴۸- پژوهشگری از بین معلمانی که در سال ۱۳۹۰ به استخدام وزارت آموزش و پرورش درآمده بودند، به‌طور تصادفی یک نمونه ۲۰۰ نفری انتخاب کرد و میزان رضایت آن‌ها از شغل معلمی را هر ساله و به‌طور متوالی برای ۵ سال اندازه گرفت. پژوهشگر از کدام روش استفاده کرده است؟

- (۱) پانلی
- (۲) مقطعی
- (۳) روند
- (۴) گذشته‌نگر

گزینه ۱ صحیح است

۶۳- کدام مورد در خصوص استفاده از روش مشاهده در جمع آوری داده‌های پژوهش، درست است؟

- (۱) پایایی و دقت اندازه‌گیری بالا است.
- (۲) سوگیری پژوهشگر را به حداقل می‌رساند.
- (۳) اطلاعات توصیفی و نسبتاً واقع‌گرایانه‌ای را فراهم می‌آورد.
- (۴) اثرات واکنشی شرکت‌کنندگان در پژوهش را کنترل می‌کند.

گزینه ۳ صحیح است

۴۱- براساس کدام اصل، دانشمندان به دنبال تبیینی هستند که بیشترین داده‌ها را با کمترین مفروضات توضیح بدهد؟

- (۱) ایجاز
- (۲) کنترل
- (۳) تجربه‌گرایی
- (۴) تکرارپذیری

گزینه ۱ صحیح است

۴۳- اگر قصد داشته باشیم با استفاده از چند سؤال بازپاسخ، یافته‌های حاصل از پژوهش زمینه‌یابی را تقویت، تحکیم و

بسط دهیم، کدام مدل از طرح همسوسازی در پژوهش‌های ترکیبی مناسب است؟

- (۱) چندسطحی
- (۲) همگرا
- (۳) تبدیل داده‌ها
- (۴) رواسازی داده‌های کمی

گزینه ۴ صحیح است



۴۲- برای دستیابی به اهداف زیر، به ترتیب، کدام راهبرد پژوهشی مناسب‌تر است؟

- استخراج یک نظریه کلی براساس دیدگاه‌های شرکت‌کنندگان در پژوهش
- مطالعه عمیق فرهنگ یک گروه در موقعیت طبیعی و بدون دخل و تصرف
- فهم جوهره تجربه‌های زنده شرکت‌کنندگان از یک رویداد

(۱) آزمایش - پیمایش - مطالعه موردی

(۲) پیمایش - مطالعه موردی - روایتی

(۳) نظریه داده‌بنیاد - قوم‌نگاری - پدیدارشناسی

(۴) مطالعه موردی - قوم‌نگاری - تحلیل گفتمان

گزینه ۳ صحیح است

۴۵- پژوهشگری قصد دارد با رویکرد کیفی، تجربه زندگی خوابگاهی را در دانشجویان بررسی کند. کدام مورد توسط

این پژوهشگر انجام می‌شود؟

(۱) از تعاریف مرسوم برای متغیرها استفاده می‌کند.

(۲) داده‌ها را به صورت عینی و با ابزار استاندارد جمع‌آوری می‌کند.

(۳) فرضیه‌های مشخص که از نظریه استخراج شده را آزمون می‌کند.

(۴) برای جمع‌آوری داده‌ها در محل پژوهش با مشارکت‌کنندگان ملاقات می‌کند.

گزینه ۴ صحیح است



ارشد ۱۴۰۱

۴۶- کدام مورد، از مزیت‌های مشاهده مستقیم (Direct observation) به‌عنوان روش جمع‌آوری داده‌ها است؟

- (۱) مسائل اخلاقی و حقوق شرکت‌کنندگان محفوظ می‌ماند.
- (۲) نتایج به‌دست آمده را می‌توان تا حد زیادی تعمیم داد.
- (۳) طبق یک برنامه زمان‌بندی شده دقیق صورت می‌گیرد.
- (۴) می‌توان شرایط لازم برای وقوع رفتار را ایجاد کرد.

گزینه ۲ صحیح است

ارشد ۱۴۰۱

۵۰- کدام مورد درخصوص پژوهش فراتحلیل، درست نیست؟

- (۱) با استفاده از روش‌های آماری، اندازه اثر پژوهش‌های مختلف ترکیب می‌شود.
- (۲) اطلاعات لازم از شرکت‌کنندگان، از طریق مصاحبه یا پرسشنامه جمع‌آوری می‌شود.
- (۳) از نتایج پژوهش‌های منتشرشده قبلی که در زمینه یک متغیر انجام شده، استفاده می‌شود.
- (۴) نتایج متعارض پژوهش‌های قبلی، باعث پیدا شدن متغیرهای تعدیل‌کننده در فرایند تحلیل می‌شود.

گزینه ۲ درست است

ارشد ۱۴۰۱

۵۳- کدام مورد در انتخاب نوع آزمون آماری در تجزیه و تحلیل داده‌های پژوهش نقش ندارد؟

- (۱) میزان همسانی درونی ابزار اندازه‌گیری
- (۲) تعداد متغیرهای مستقل و وابسته
- (۳) سطح مقیاس اندازه‌گیری متغیرها
- (۴) شکل توزیع جامعه آماری

گزینه ۱ صحیح است

## ارشد ۱۴۰۰

۵۷- همه موارد زیر از ویژگی‌های اصلی پژوهش آزمایشی است، به جز:

- (۱) متغیر وابسته توسط پژوهشگر اندازه‌گیری می‌شود.
- (۲) متغیر مستقل بین گروه‌ها ثابت نگه داشته می‌شود.
- (۳) آزمودنی‌ها به‌طور تصادفی در گروه‌ها جایگزین می‌شوند.
- (۴) متغیرهای نامربوط بین گروه‌ها ثابت نگه داشته می‌شود.

گزینه ۲ صحیح است

## ارشد ۹۹

۶۰- پژوهشگری از طریق روش آزمایشی تأثیر روش تدریس فعال در آموزش ریاضی را بر مهارت‌های ریاضی دانش‌آموزان

مورد بررسی قرار داد. کدام مورد، تعمیم‌پذیری نتایج پژوهش را با محدودیت بیشتری روبه‌رو می‌کند؟

- (۱) سوگیری در انتخاب شرکت‌کنندگان در پژوهش
- (۲) اجرای پیش‌آزمون برای اندازه‌گیری مهارت‌های ریاضی
- (۳) رخدادهایی که هم‌زمان با برگزاری دوره آموزشی رخ می‌دهد.
- (۴) تغییرات روانی فیزیولوژیکی که بین پیش‌آزمون و پس‌آزمون رخ می‌دهد.

گزینه ۱ صحیح است

# آمار و روش تحقیق

ناپارامتری

مدرس : علی زارعی

## کاربردهای آزمون مربع کای دو (خی دو):

همانگونه که می دانیم توزیع خی دو مجموع مربعات نرمال استاندارد است  $(X^2 = \sum_{i=1}^{df} Z_i^2)$  که میانگین

آن برابر درجه آزادی و واریانس دو برابر درجه آزادی است و تابع چگالی آن به صورت زیر است

$$P(z) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\nu} \Gamma(\frac{\nu}{2})} e^{\frac{-x}{2}} x^{(\nu-2)/2} & x > 0 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

توزیع خی دو دارای منحنی چوله به راست که در آزمون فرض های زیر استفاده می شود.



## ۱- جدولهای توافقی:

که با نام‌های آزمونهای استقلال و آزمونهای همگونی (نسبتها) مطرح می‌شود برای مواقعی که  $r$  سطر و  $c$  ستون داشته باشیم که فراوانی مشاهده شده  $O_{ij}$  و فراوانی مورد انتظار  $e_{ij}$  می‌باشد که از رابطه

$$e_{ij} = \frac{O_{i.} \times O_{.j}}{n} \quad \text{بدست می‌آید و آماره آزمون از رابطه} \quad X^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \quad \text{بدست می‌آید و با}$$

عدد بحرانی  $\chi^2_{\alpha, df}$  با درجه آزادی  $df = (r-1)(c-1)$  مقایسه می‌شود. در صورتی که  $X^2 > \chi^2_{\alpha, df}$  باشد  $H_0$  رد می‌شود و در نتیجه داده مستقل نیستند یا می‌توان گفت نسبتها برابر نیست لازم به توضیح است این آزمون در مواقعی بکار می‌رود که هیچ یک از  $e_{ij}$ ها کمتر از ۵ نباشد در این مواقع برخی خانه‌ها را با یکدیگر ادغام می‌کنیم.

**نکته:** در صورتی که درجه آزادی برابر یک شود از تصحیح یتس استفاده می‌شود و آماره آزمون از

$$\text{رابطه} \quad X^2 = \sum \frac{(|F_{oi} - F_{ei}| - 0.5)^2}{F_{ei}} \quad \text{بدست می‌آید.}$$

**مثال:** در سطح خطای ۵٪ آزمون کنید میزان تحصیلات و جنسیت مستقل از یکدیگر هستند.

| تحصیلات<br>جنسیت | A  | B  | C  | D  |
|------------------|----|----|----|----|
| خانم             | ۵۵ | ۲۰ | ۱۵ | ۲۰ |
| آقا              | ۳۵ | ۲۰ | ۲۵ | ۱۰ |

| تحصیلات<br>جنسیت | A  | B  | C  | D  | جمع |
|------------------|----|----|----|----|-----|
| خانم             | ۵۵ | ۲۰ | ۱۵ | ۲۰ | ۱۱۰ |
| آقا              | ۳۵ | ۲۰ | ۲۵ | ۱۰ | ۹۰  |
| جمع              | ۹۰ | ۴۰ | ۴۰ | ۳۰ |     |

| جنسیت \ تحصیلات | A                                  | B                                | C                                | D                                  |
|-----------------|------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| خانم            | $\frac{110 \times 90}{200} = 49.5$ | $\frac{110 \times 40}{200} = 22$ | $\frac{110 \times 40}{200} = 22$ | $\frac{110 \times 30}{200} = 16.5$ |
| آقا             | $\frac{90 \times 90}{200} = 40.5$  | $\frac{90 \times 40}{200} = 18$  | $\frac{90 \times 40}{200} = 18$  | $\frac{90 \times 30}{200} = 13.5$  |

$$X^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = \frac{(55 - 49.5)^2}{49.5} + \frac{(20 - 22)^2}{22} + \frac{(15 - 22)^2}{22} + \frac{(20 - 16.5)^2}{16.5}$$

$$+ \frac{(35 - 40.5)^2}{40.5} + \frac{(20 - 18)^2}{18} + \frac{(25 - 18)^2}{18} + \frac{(10 - 13.5)^2}{13.5} = 8.92$$

$$df = (r-1)(C-1) = (2-1)(4-1) = 3$$

چون  $X^2 = 8.92 > \chi^2_{0.05,3} = 7.815$  است بنابراین  $H_0$  رد می شود و با احتمال ۹۵٪ با توجه به

نمونه جنسیت و میزان تحصیلات مستقل از یکدیگر نیستند.

## ارشد ۹۷

۳۹- پژوهشگری برای بررسی رابطه بین نحوه مطالعه (با دو سطح فردی و گروهی) با میزان یادگیری (با سه سطح کم، متوسط و زیاد) اطلاعات زیر را جمع‌آوری کرده است. فراوانی مورد انتظار برای خانه، نحوه مطالعه گروهی و یادگیری متوسط کدام است؟

| مطالعه \ یادگیری |    |       |      |
|------------------|----|-------|------|
|                  | کم | متوسط | زیاد |
| فردی             | ۱۸ | ۱۷    | ۱۵   |
| گروهی            | ۱۱ | ۱۹    | ۲۰   |

(۱) ۲

(۲) ۱۸

(۳) ۳۶

(۴) ۵۰

$$e_{22} = \frac{50 \times 36}{100} = 18$$

گزینه ۲ صحیح است

## ارشد ۹۷

۳۵- نتیجه آزمون  $Z$  برای آزمون فرضیه «بین نسبت قبولی در کنکور سراسری دانش‌آموزان مدارس دولتی و غیرانتفاعی تفاوت وجود دارد»، برابر با  $Z = -1/5$  است. اگر از آزمون  $\chi^2$  دو راهه برای آزمون این فرضیه استفاده شود، میزان  $\chi^2$  دو کدام است؟

(۱)  $-0/75$

(۲)  $-1/5$

(۳)  $2/25$

(۴) ۳

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{df} Z_i^2 \Rightarrow \chi^2 = 1/5^2 = 2/25$$

گزینه ۳ صحیح است



ارشد ۹۸

۳۵- کدام مورد در آزمون خی دو ( $\chi^2$ ) تک متغیری، درست است؟

(۱)  $\chi^2 \leq 0$

(۲)  $\alpha = 1/96$

(۳)  $\Sigma f_O = \Sigma f_E$

(۴)  $df = (r-1)(c-1)$

گزینه ۴ صحیح است

ارشد ۱۴۰۰

۵۱- در کدام آزمون آماری می توان از نسبت بخت (odds ratio) به عنوان اندازه اثر استفاده کرد؟

(۱) t مستقل

(۲) خی دو

(۳) فریدمن

(۴) ضریب همبستگی

گزینه ۲ صحیح است

دکتری ۹۴

مقادیر کدام توزیع زیر از صفر تا بی نهایت در نوسان است؟

(۱) Z

(۲) t

(۳)  $\chi^2$

(۴) دو جمله ای

گزینه ۳ صحیح است چون توزیع خی دو فقط مثبت است و چوله به راست است

با فرض این که جمع کل فراوانی‌ها ۱۰۰ است، فراوانی‌های موجود در جدول زیر را چنان تعیین کنید که دو متغیر A و B کاملاً مستقل باشند.

|                | B <sub>۱</sub> | B <sub>۲</sub> |     |
|----------------|----------------|----------------|-----|
| A <sub>۱</sub> | a              | b              | ۱۰۰ |
| A <sub>۲</sub> | c              | d              |     |

$$(۱) \quad a=۲۵ \quad b=۲۵ \quad c=۲۵ \quad d=۲۵$$

$$(۲) \quad a=۰ \quad b=۵۰ \quad c=۰ \quad d=۵۰$$

$$(۳) \quad a=۱۲٫۵ \quad b=۳۲٫۵ \quad c=۳۷٫۵ \quad d=۱۲٫۵$$

$$(۴) \quad a=۳۳٫۳۳ \quad b=۰ \quad c=۱۶٫۶۷ \quad d=۵۰$$

گزینه ۱ صحیح است چون نسبتها برابر میشوند

**نکته:** اگر در آزمون استقلال دو صفت وابسته باشند به کمک ضریب توافقی C می‌توان شدت این

$$C = \sqrt{\frac{X^2}{X^2 + n}}$$

بستگی را مشخص کرد.

**نکته: ضریب فی**

$$\Phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

$$V = \sqrt{\frac{X^2}{N \cdot \min[(K-1), (L-1)]}}$$

**نکته: ضریب کریمر** که تعمیم ضریب فی است

**دکتری ۹۷**

در آزمون خی‌دو برای استقلال، در صورتی که ضریب فای ( $\Phi$ ) و ضریب کرامر (V) به‌عنوان اندازه اثر با هم برابر باشند، کدام مورد درست است؟

- (۱) فرض صفر رد می‌شود.  
(۲) دو متغیر مستقل از هم هستند.  
(۳) متغیر اول دوسطحی و متغیر دوم سه‌سطحی است.  
(۴) فراوانی مورد انتظار با فراوانی مشاهده شده برابر است.

**گزینه ۲ صحیح است**

**آزمون رتبه علامت‌دار:** در صورتی که داده به صورت زوجی باشد استفاده می‌شود که ابتدا اختلاف دو حالت را به دست می‌آوریم سپس قدرمطلق اختلافها را حساب می‌کنیم و آنها را از کوچک به بزرگ رتبه می‌دهیم و در صورتی که اعداد یکسان داشته باشیم رتبه متوسط می‌دهیم و سپس مجموع رتبه‌های مثبت

$\left( \begin{matrix} + \\ T \end{matrix} \right)$  یا مجموع رتبه‌های منفی  $\left( \begin{matrix} - \\ T \end{matrix} \right)$  را بدست می‌آوریم اگر  $n \geq 15$  باشد توزیع  $\bar{T}^+$  یا  $\bar{T}^-$  تقریباً نرمال

است با میانگین و واریانس  $E(T) = \frac{n(n+1)}{4}$ ,  $Var(T) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$  که در این صورت

آماره آزمون به صورت  $Z = \frac{T - E(T)}{\sqrt{Var(T)}}$  بدست می‌آید و بسته به شرایط آزمون، آزمون صورت می‌گیرد.



**مثال:** ورقه‌های ۱۵ دانشجو توسط دو استاد به طور مستقل شده و نمرات آنها در جدول زیر ثبت شده است در سطح ۵٪ آزمون کنید آیا نمرات دو استاد تفاوت معنی‌دار دارد.

|                       |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |    |
|-----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|----|
| استاد اول<br>(x)      | ۶   | ۱۲  | ۱۹  | ۱۴  | ۷   | ۱۵  | ۱۰  | ۱۳  | ۱۱  | ۵   | ۱۸  | ۲۰  | ۱۲   | ۱۷   | ۱۴ |
| استاد دوم<br>(y)      | ۸   | ۱۳  | ۱۷  | ۱۳  | ۶   | ۱۸  | ۱۲  | ۱۱  | ۱۵  | ۸   | ۲۰  | ۱۹  | ۱۴   | ۱۵   | ۱۶ |
| $d=x-y$               | -۲  | -۱  | ۲   | ۱   | ۱   | -۳  | -۲  | ۲   | -۴  | -۳  | -۲  | -۱  | -۲   | ۲    | -۲ |
| قدر مطلق<br>مرتبه‌شده | ۱   | ۱   | ۱   | ۱   | ۲   | ۲   | ۲   | ۲   | ۲   | ۲   | ۲   | ۲   | ۳    | ۳    | ۴  |
| رتبه فرض              | ۱   | ۲   | ۳   | ۴   | ۵   | ۶   | ۷   | ۸   | ۹   | ۱۰  | ۱۱  | ۱۲  | ۱۳   | ۱۴   | ۱۵ |
| رتبه اصلی             | ۲/۵ | ۲/۵ | ۲/۵ | ۲/۵ | ۲/۵ | ۸/۵ | ۸/۵ | ۸/۵ | ۸/۵ | ۸/۵ | ۸/۵ | ۸/۵ | ۱۲/۵ | ۱۳/۵ | ۱۵ |

$$T^+ = 2/5 + 2/5 + 8/5 + 8/5 + 8/5 = 30/5$$

$$E(T) = \frac{n(n+1)}{4} = \frac{15 \times 16}{4} = 60$$

$$\text{Var}(T) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24} = \frac{15 \times 16 \times 31}{24} = 310$$

$$Z = \frac{T - E(T)}{\sqrt{\text{Var}(T)}} = \frac{30/5}{\sqrt{310}} = \frac{-29/5}{17/6} = -1/67$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases} \quad \begin{cases} H_0 : \bar{d} = 0 \\ H_1 : \bar{d} \neq 0 \end{cases} \quad \text{یا}$$

چون  $1/96 = z_{0.25} \neq |z| = 1/67$  بنابراین  $H_0$  پذیرفته می‌شود و نمرات در استاد در سطح اطمینان ۹۵٪ با یکدیگر تفاوت معنی‌دار ندارد.

**آزمون مجموع رتبه‌ها:**  
**آزمون U من - وتینی یا آزمون ویلکاکسون جایگزین**

آزمون  $t$  در آزمون پارامتری برای مقایسه یکسان بودن میانگین دو جامعه استفاده می‌شود. برای انجام این آزمون ابتدا دو جامعه را با یکدیگر ادغام کرد. و از کوچک به بزرگ رتبه می‌دهیم و در صورت یکسان بودن اعداد رتبه متوسط می‌دهیم سپس مجموع رتبه‌ها هریک از جوامع را بدست می‌آوریم  $(R_1, R_2)$  سپس آماره‌های  $U_1, U_2$  را بدست آورده و  $\min$  آنها را انتخاب می‌کنیم. اگر  $n_1 > 8, n_2 > 8$  باشد در این صورت  $U$  تقریباً دارای توزیع نرمال می‌باشد.

$$E(U) = \frac{n_1 n_2}{2}$$

$$Var(U) = \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}$$

و آماره آزمون از رابطه  $Z = \frac{U - E(U)}{\sqrt{Var(U)}}$  بدست می‌آید.

## آزمون مجموع رتبه‌ها آزمون H

آزمون H یا آزمون کروسکال — والیس تعمیم یافته آزمون U من ویتنی است و برای مقایسه میانگین k جامعه به کار می رود و جایگزین تحلیل واریانس در آمار پارامتری است برای انجام این جوامع را با یکدیگر ادغام می کنیم و از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم و رتبه می دهیم مانند حالت های قبل سپس مجموع رتبه های هر جامعه را تعیین می کنیم  $(R_i)$  که در این صورت آماره آزمون از رابطه

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1)$$

بدست می آید اگر حجم نمونه ها حداقل برابر ۵ باشد آماره H دارای

توزیع خی دو  $\chi^2$  با درجه آزادی  $df=k-1$  است اگر  $H > \chi^2_{d,df}$  باشد. رد می شود و میانگین حداقل  $H_c$  یک جامعه متفاوت است.



### تجزیه و تحلیل فریدمن:

در این آزمون داده‌ها حداقل باید دارای مقیاس رتبه‌ای باشند و تعمیم‌یافته آزمون رتبه علامت‌دار است یعنی روی افراد ثابت  $k$  آزمایش انجام شود برای انجام این آزمون به هر جامعه رتبه می‌دهیم و انتظار داریم که فراوانی رتبه‌ها در  $k$  جامعه برابر باشد. بنابراین مجموع رتبه‌های هر جامعه را بدست می‌آوریم  $(R_i)$

سپس آماره آزمون را از رابطه  $X^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \sum_{i=1}^k R_i^2 - 3n(k+1)$  بدست می‌آوریم که  $n$  هر جامعه و  $k$  تعداد جوامع است اگر  $X^2 > x_{\alpha, k-1}^2$  باشد رد می‌شود و حداقل یکی از جوامع متفاوت است.

### ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن:

در محاسبه ضریب همبستگی پواسون فرض اصلی این است که نمونه‌ها از جامعه نرمال دوبعدی باشد در صورتی که متغیرها کیفی باشند یا کمی و به متعلق به جامعه نرمال نباشند از ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن استفاده می‌شود که برای محاسبه این ضریب به مقادیر  $Y, X$  از کوچک به بزرگ رتبه می‌دهیم و در صورت یکسان بودن رتبه متوسط می‌دهیم سپس اختلاف رتبه‌های زوج  $Y, X$  محاسبه می‌کنیم.

$$r_s = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (d_i = r_{xi} - r_{yi}) \quad \text{سپس از رابطه}$$

باشد می‌توان از توزیع نرمال تقریب زد و آزمون فرض ضریب همبستگی را انجام می‌دهیم.

$$E(r_s) = 0$$

$$\text{Var}(r_s) = \frac{1}{n-1} \Rightarrow z = \frac{r_s - 0}{\sqrt{\frac{1}{n-1}}} \Rightarrow z = r_s \sqrt{n-1}$$

لازم به توضیح است اگر  $n$  کوچک باشد می‌توان از توزیع  $t$  برای آزمون فرض استفاده کرد که کمتر استفاده می‌شود.

$$t = \frac{r_s \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_s^2}}$$

**مثال:** ضریب همبستگی اسپیرمن برای دو متغیر  $Y, X$  را محاسبه کنید.

|                 |    |    |   |    |    |                   |
|-----------------|----|----|---|----|----|-------------------|
| $x$             | ۶  | ۹  | ۷ | ۵  | ۴  |                   |
| $y$             | -۲ | -۵ | ۴ | ۶  | ۷  |                   |
| $r_x$           | ۳  | ۵  | ۴ | ۲  | ۱  |                   |
| $r_y$           | ۲  | ۱  | ۳ | ۴  | ۵  |                   |
| $d = r_x - r_y$ | ۱  | ۴  | ۱ | -۲ | -۴ |                   |
| $d^2$           | ۱  | ۱۶ | ۱ | ۴  | ۱۶ | $\sum d_i^2 = ۳۸$ |

$$r_s = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k d_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{۶ \times ۳۸}{۵(۲۵ - ۱)} = -.۹$$

### ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۹۴- از دو گروه دختر و پسر می‌خواهیم که سخنرانی فردی را به‌عنوان «جذاب» و «غیرجذاب» ارزیابی کنند، برای مقایسه نسبت‌ها از کدام آزمون آماری استفاده می‌شود؟

(۱) کای دو

(۲) t استیودنت

(۳) ویلکا کسون

(۴) u من ویتنی

گزینه ۱ صحیح است

### ارشد ۹۶

۳۱- کدام یک از ضرایب، همبستگی پارامتریک نیست؟

(۱) پیرسون

(۳) دورشته‌ای

(۲) تاوکندال

(۴) چند رشته‌ای

گزینه ۲ صحیح است



## ارشد ۹۶

۳۵- اگر پژوهشگری به منظور مقایسه میانگین عزت نفس یک گروه از دانش آموزان دختر و پسر، به جای آزمون ۱

مستقل، از آزمون یو مان ویتنی استفاده کند، کدام مورد درست است؟

- (۱) اندازه اثر افزایش می یابد.
- (۲) حجم نمونه مورد نیاز کاهش می یابد.
- (۳) احتمال خطای نوع اول افزایش می یابد.
- (۴) احتمال دستیابی به تفاوت معنی دار کاهش می یابد.

گزینه ۴ صحیح است

## ارشد ۱۴۰۱

۵۲- پژوهشگری این فرضیه را مطرح کرده است که افراد دارای سلامت روان، اغلب متولد فصل زمستان هستند. در

بررسی پرونده سلامت روان یک نمونه تصادفی از این افراد، مشخص شده ۲۳ نفر متولد فصل بهار، ۱۵ نفر

تابستان، ۲۰ نفر پاییز و ۲۸ نفر متولد زمستان هستند. کدام آزمون آماری، برای آزمون این فرضیه مناسب است؟

- (۱) خی دو
- (۲) تحلیل واریانس
- (۳) دوجمله ای
- (۴) یومن ویتنی

گزینه ۱ صحیح است

## دکتر ۹۶

۲۱- در کدام آزمون آماری، فرض خلاف را فقط بدون جهت می توان نوشت؟

- (۱) آنوا
- (۲) ضریب همبستگی
- (۳) تی مستقل
- (۴) یومان ویتنی

گزینه یک صحیح است

## مقایسه روشهای ناپارامتری

| نوع تحلیل                 | نام آزمون                                                                                                                           | مقیاس اندازه گیری                          | تعداد نمونه                |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------|
| نیکویی برازش              | آزمون مجذور کای $\chi^2$<br>کولموگروف- اسمیرنف<br>آزمون تقارن توزیع                                                                 | اسمی<br>ترتیبی<br>ترتیبی                   | یک<br>یک<br>یک             |
| همسویی دو<br>نمونه مستقل  | آزمون دقیق فیشر برای جدول $2 \times 2$<br>$\chi^2$ آزمون<br>آزمون میانه<br>آزمون U من ویتنی<br>آزمون دو نمونه ای کولموگروف- اسمیرنف | اسمی<br>اسمی<br>ترتیبی<br>ترتیبی<br>ترتیبی | دو<br>دو<br>دو<br>دو<br>دو |
| همسویی دو<br>نمونه وابسته | آزمون مک نمار<br>آزمون علامت<br>آزمون رتبه علامت دار ویلکاکسون                                                                      | اسمی<br>ترتیبی<br>ترتیبی                   | دو<br>دو<br>دو             |
| همسویی K<br>نمونه مستقل   | $\chi^2$ آزمون<br>آزمون میانه<br>تحلیل واریانس یک راهه کروسکال- والیس                                                               | اسمی<br>ترتیبی<br>ترتیبی                   | چند<br>چند<br>چند          |
| همسویی K<br>نمونه وابسته  | آزمون Q کوکران<br>تحلیل دو عاملی فریدمن                                                                                             | اسمی<br>ترتیبی                             | چند<br>چند                 |

باتوجه به نوع متغیر ها ضریب همبستگی میتواند یکی از حالت های زیر را داشته باشد.

۱- دو متغیر اسمی

۲- دو متغیر رتبه ای

۳- دو متغیر فاصله ای-نسبی

۴- متغیر اسمی و متغیر رتبه ای

۵- متغیر اسمی و متغیر فاصله ای - نسبی

۶- متغیر رتبه ای و متغیر فاصله ای - نسبی

برای هر کدام از حالت های بالا ضرایب همبستگی متفاوتی وجود دارند

(الف) دو متغیر اسمی هستند و یا یکی اسمی و دیگری رتبه ای است

**داده های اسمی یا nominal :** که مربوط به متغیر یا خواص کیفی مانند جنس یا گروه خونی است و بیانگر عضویت در یک گروه خاص می باشد.

**داده های رتبه ای یا Ordinal :** مانند کیفیت درسی یک دانش آموز (ضعیف، متوسط و قوی) و یا رتبه بندی هتل ها ( یک ستاره، دو ستاره و ...

در این حالت می توانید از یکی از ضرایب های همبستگی زیر استفاده کنید:

(۱) **ضریب همبستگی کرامر و فی:** معمولا بین دو متغیر اسمی مانند اینکه بخواهیم بدانیم که آیا بین جنس و گرایشات سیاسی رابطه وجود دارد یا خیر

(۲) **ضریب توافقی C:** معمولا بین دو متغیر اسمی و یا یکی اسمی و یکی رتبه ای

(۳) **ضریب همبستگی لاندا:** معمولا بین دو متغیر اسمی و یا یکی اسمی و یکی رتبه ای مانند اینکه بخواهیم بدانیم بین مسئولیت پذیری کارکنان و منطقه خدمتی آنها رابطه وجود دارد یا خیر؟

(۴) **ضریب همبستگی تاوگودمن و کروسکال:** برای ارزیابی شدت رابطه بین متغیرهایی که هر دو اسمی یا یکی اسمی و دیگری رتبه ای باشد بکار میرود



## **ب) هر دو متغیر دارای مقیاس رتبه ای باشند**

فرض کنید شما در حال تحقیق این فرضیه هستید که بین تحصیلات کارکنان و رضایت شغلی آنها رابطه مثبت و معنی داری وجود دارد یا خیر؟ این فرضیه دو متغیر دارد، تحصیلات کارکنان با طبقه بندی های دیپلم و کمتر، فوق دیپلم، لیسانس و بالاتر و رضایت شغلی با طبقه بندی های کم، متوسط و زیاد). بر خلاف متغیر های اسمی که جهت رابطه در آنها مفهومی نداشت در این جا بنا به ماهیت متغیر رتبه ای جهت رابطه مفهوم دارد. لذا قبل از هرچیز بایستی بررسی کنید که رابطه در اینحالت به چه معنی می باشد.

**اگر هر دو متغیر دارای مقیاس رتبه ای باشند از ضریب های همبستگی زیر استفاده می کنیم:**

- ۱- ضریب همبستگی گاما:** حاصل تعامل زوج های هماهنگ (همسو) زوج های غیر هماهنگ و معکوس و نادیده گرفتن زوج های گره خورده (بدون تاثیر)
- ۲- ضریب همبستگی تاو کندال b:** حاصل تعامل زوج های هماهنگ (همسو) زوج های غیر هماهنگ و معکوس و زوج های گره خورده (بدون تاثیر)
- ۳- ضریب تاو کندال C:** حاصل تعامل تعداد زوج های هماهنگ و معکوس
- ۴- ضریب d سامرز:** شکل خاصی از ضریب همبستگی گاما که یکی از متغیر ها به عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته می شود

**ج) هر دو متغیر دارای مقیاس فاصلی ای نسبی باشند**

**داده های فاصله ای:** به عنوان مثال داده هایی که متغیر ضریب هوشی را در بین چند نفر توصیف

می کنند عبارتند از: ۸۰، ۱۱۰، ۷۵، ۹۷ و ۱۱۷، چون این داده ها عدد هستند پس داده های ما

کمی هستند اما می دانیم که IQ نمی تواند صفر باشد و صفر در اینجا فقط مبنایی است تا سایر

مقادیر IQ در فاصله ای منظم از صفر و یکدیگر قرار گیرند پس این داده ها فاصله ای اند.

**داده های نسبیتی:** داده های نسبیتی داده هایی هستند که با عدد نوشته می شوند اما صفر آنها

واقعی است. اکثریت داده های کمی این گونه اند و حقیقتاً دارای صفر هستند. به عنوان مثال داده

هایی که متغیر طول پاره خط بر حسب سانتی متر را توصیف می کنند عبارتند از: ۲۰، ۱۵، ۳۵، ۸

و ۲۳، چون این داده ها عدد هستند پس داده های ما کمی اند و چون صفر در اینجا واقعاً وجود دارد

این داده نسبیتی تلقی می شوند. در این حالت هر دو متغیر کمیت پذیرند.

**توجه:** اول مشخص کنید که متغیر شما پارامتریک است یا ناپارامتریک  
در صورتی که پارامتریک بود یعنی متغیر دارای توزیع نرمال بود و مقادیر پرت در مشاهدات وجود  
نداشت از **ضریب همبستگی پیرسون** استفاده می شود

**توجه:** اگر یکی از متغیر ها دارای توزع پیوسته نرمال بود و متغیر دیگر دو حالتی بود مثل (زن/مرد  
یا قبول/رد) می توانید از ضریب همبستگی پیرسون (**همبستگی دو رشته ای نقطه ای**) استفاده کنید.  
مثل رابطه جنسیت با تعداد حوادث

اگر ناپارامتریک بود یعنی متغیر دارای توزیع غیر نرمال بود از **ضریب همبستگی اسپرمن** استفاده می شود



## **(د) متغیرهایی با مقیاس اسمی - رتبه ای و متغیرهای با مقیاس فاصله ای - نسبی**

هنگامی که یک متغیر دارای مقیاس اسمی و رتبه ای باشد مثل جنس، نژاد، میزان رضایت و ... و متغیر دیگر مقیاس فاصله‌ای یا نسبی داشته باشد مانند درآمد، معدل، اندازه قد و ... آنگاه بایستی شاخصی انتخاب شود که از روی یک متغیر بتوان متغیر دیگر را پیش بینی کرد. از جمله این شاخص ها شاخص نسبت همبستگی می باشد که آن را ضریب همبستگی مجذور اتا می نامیم.

### **(۱) ضریب همبستگی مجذور اتا**

فرض کنید می خواهیم بدانیم که آیا بین جنس و معدل دانشجویان رابطه وجود دارد. در اینجا جنس یک متغیر کیفی یا اسمی است و معدل یک مقیاس فاصله ای یا نسبی

### **(۲) ضریب همبستگی چند رشته ای**

فرض کنید می خواهیم همبستگی بین یک متغیر فاصله ای را با متغیر دو حالتی یا ترتیبی که فرض شده است که متغیر اساسا پیوسته ای را منعکس میکند بررسی کنیم. این ضریب همبستگی را میتوان تا حدود زیادی مانند ضریب همبستگی پیرسون تعبیر کرد.



## (ز) سایر

### ۱- ضریب همبستگی کاپای کوهن

فرض کنید می خواهیم میزان توافق بین مدیران و معاونان را در خصوص میزان اهمیت مشتری در سازمانی ارزیابی کنیم. هر فرد اعم از مدیر یا معاون میتواند نظر خود را بصورت زیاد و کم بیان کند. در این حالت که هر دو متغیر اسمی دوتایی میباشند میتوان از ضریب همبستگی کاپای کوهن که بطور معادل در بعضی مواقع ضریب همبستگی کاپا نیز نامیده میشود، استفاده میشود.

### ۲- ضریب همبستگی چند حالتی

ضریب همبستگی چند حالتی زمانی مورد استفاده قرار میگیرد که هر دو متغیر دو حالتی یا هر دو متغیر ترتیبی باشند، البته توجه کنید که مانند ضریب همبستگی چند رشته ای در هر دو متغیر فرض شده است که این متغیرها اساسا تغییرات متغیر پیوسته ای را منعکس میکنند، علی الخصوص زمانی که از مقیاس لیکرت استفاده میشود بایستی از این ضریب همبستگی استفاده کرد.

## آزمون های همبستگی ناپارامتری

| مقیاس متغیرها                                                  | آزمون متناسب                                                                             |                                                                 |
|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| هر دو رتبه ای یا یکی رتبه ای دیگری<br>فاصله ای                 | اسپیرومن                                                                                 | هر دو متغیر رتبه ای یا<br>یکی رتبه ای و دیگری فاصله<br>ای /نسبی |
| هر دو رتبه ای                                                  | کندال a, کندال b (جدول مربع<br>شکل) کندال c (جدول مستطیل<br>شکل) یا d سامرز              |                                                                 |
| هر دو رتبه ای (دو ارزشی ساختگی با<br>دو ارزشی ساختگی)          | تتراکوریک                                                                                |                                                                 |
| اسمی (دو ارزشی ساختگی) با فاصله<br>ای                          | دو رشته ای                                                                               | یکی از متغیرها رتبه ای یا<br>اسمی و دیگری<br>فاصله ای /نسبی     |
| اسمی (دو ارزشی واقعی) با فاصله ای                              | دو رشته ای نقطه ای                                                                       |                                                                 |
| اسمی یا رتبه ای با فاصله ای,<br>هر دو فاصله ای (رابطه غیر خطی) | اتا                                                                                      |                                                                 |
| هر دو اسمی یا<br>اسمی با رتبه ای                               | مجذور کای, توافقی بیشتر از دو<br>سطر و دو ستون,<br>لامبدا, تاو گودمن و کروسکال-<br>والیس | هر دو متغیر اسمی<br>یا یکی اسمی و دیگری رتبه<br>ای              |
| هر دو اسمی                                                     | فی (جدول ۲*۲), کرامر (جدول<br>مستطیل شکل)                                                |                                                                 |

ارشد ۹۶

۳۱- کدام یک از ضرایب، همبستگی پارامتریک نیست؟

(۱) پیرسون

(۳) دورشته‌ای

گزینه ۲ صحیح است

(۲) تاو کندال

(۴) چند رشته‌ای

# آمار و روش تحقیق

مدرس : علی زارعی  
نمونه گیری



## روشهای نمونه گیری برآوردگرها

به طور کلی انواع روش های نمونه گیری را می توان در دو بخش نمونه گیری احتمالی و غیر احتمالی جای داد

در نمونه گیری احتمالی هر یک از واحدهای جامعه می توانند با احتمالی مشخص در نمونه قرار گیرند. در حالیکه در نمونه گیری غیر احتمالی انتخاب نمونه براساس قوانین احتمالات صورت نمی گیرد و نمونه به کمک قضاوت انسانی تهیه می شود. بنابراین اشتباهات برآوردهای غیر احتمالی، اغلب غیر تصادفی و غیرقابل اندازه گیری است. در این روش ها هر قدر که حجم نمونه را بزرگ اختیار کنیم، نمونه ها اغلب نمی توانند معرف واقعی جامعه باشند. اما با این حال گاهی اوقات نمونه گیری غیراحتمالی بهترین روش نمونه گیری می باشد. مانند زمانی که امکان تهیه چارچوب نمونه گیری وجود نداشته باشد. یکی از مهم ترین کاربردهای نمونه گیری غیراحتمالی، استفاده در مطالعات مقدماتی پیمایش های بزرگ است. در چنین مواردی که هدف تعیین واریانس صفت مورد اندازه گیری (برای تعیین حجم نمونه و روش نمونه گیری) یا تست پایایی ابزار اندازه گیری و... می باشد، احتیاجی به روش های نمونه گیری احتمالی نیست.

## روشهای نمونه گیری بر آوردگرها

۱- نمونه گیری غیر احتمالی

a) در دسترس      b) داوطلب      c) هدفمند      d) سهمی      e) بدون نظم (دیمی)

f) شبکه ای (گلوله برفی)

۲- نمونه گیری احتمالی

a) تصادفی ساده      b) سیستماتیک (منظم)      c) طبقه بندی      d) خوشه ای

## ۱- نمونه گیری غیر احتمالی

(a) **در دسترس** : این روش ضعیف ترین نوع نمونه گیری غیر احتمالی است. که در آن نمونه ها داوطلبانه و هدفمند هستند مانند گروهی از دانشجویان که در یک درس انتخاب واحد کرده اند این نمونه ها در جمع آوری اطلاعات اکتشافی مفید است ولی امکان برآورد خطا ( $e = \bar{x} - \mu$ ) در آن وجود ندارد. و چون معرف کل جامعه نیست روایی بیرونی ندارد

(b) **داوطلب** : این روش نیز غیر احتمالی است چون نمونه ها بطور تصادفی انتخاب نشده اند و امکان دارد جهت دار باشد و برآورد با آنها برآورد صحیحی از جامعه ندهد.

c) قضاوتی (هدفمند) : معمولاً در نمونه گیری قضاوتی انتخاب سنجیده واحدها به طریقی صورت می گیرد که هریک معرف بخشی از جامعه مورد نظر باشند. به عنوان مثال فرض کنید قصد داریم به بررسی وضعیت نوجوانانی که از خانه فرار کرده اند بپردازیم و مصاحبه با چنین افرادی ضروری است. از آنجایی که تهیه لیستی از این افراد ممکن نیست، محقق سعی می کند به مکان هایی مانند پارک ها، ترمینال ها و... مراجعه کرده و به طور عمدی افراد مورد نظر را در مکان های خاص شناسایی کند. این روش نمونه گیری با توجه به موضوع مورد بررسی براساس **فهم نظری و تجربه پیشین محقق** از جمعیت مورد مطالعه است.

d) **سهمیه ای**: در این روش جامعه آماری به چند طبقه تقسیم شده سپس به اختیار سهمی به هر طبقه اختصاص داده می شود و در ادامه نمونه هایی را که دسترسی به آن ها ساده تر است به دلخواه انتخاب می کنند. البته ممکن است جامعه مورد مطالعه طبقه بندی نشود، در این حالت نیز آنقدر نمونه اختیار می شود تا حجم نمونه مورد نظر حاصل شود.



برای مثال فرض کنید می خواهیم به بررسی رضایت شغلی کارکنان صنایع بزرگ استان تهران بپردازیم و قبل از مرحله اصلی گردآوری داده ها احتیاج به یک مطالعه مقدماتی برای سنجش واریانس صفت مورد نظر، روایی و پایایی پرسشنامه داریم و از طرفی براساس تحقیقات قبلی می دانیم رضایت شغلی کارکنان صنایع مختلف با یکدیگر تفاوت دارد. با فرض این که حجم نمونه مقدماتی ۵۰ نفر در نظر گرفته شده باشد و با در نظر گرفتن نسبتی از کل کارکنان که در هر صنعت مشغول به کار هستند، سهمیه هر گروه را تعیین می کنیم.

در نمونه گیری سهمیه ای غالبا آن دسته از ویژگی هایی که در تحقیقات پیشین هم تشخیص داده شده اند مورد مطالعه قرار می گیرند به همین دلیل نمونه گیری سهمیه ای تا حد زیادی به تحقیقات پیشین و یافته های بدست آمده در میدان تحقیق وابسته است. مشکل دیگر این روش عدم توجه به برخی ویژگی های جمعیت مورد نظر است. اما در مجموع با توجه به تشابه ساختار نمونه و جمعیت در نمونه گیری سهمیه ای، احتمال معرف بودن برآوردهای حاصل از آن بیش از برآوردهایی است که از نمونه گیری اتفاقی یا قضاوتی به دست می آید. و خطای آن کمتر است.

(e) **اتفاقی (بدون نظم یادیمی):** در این روش محقق افرادی را مورد مطالعه قرار می دهد که در دسترس هستند و مصاحبه گر در چارچوب تعداد و حجم نمونه افرادی را به طور اتفاقی انتخاب کرده و با آن ها مصاحبه می کند. به عنوان مثال محققى که مى خواهد نگرش مردم را نسبت به یک نمایشگاه بسنجد، از میان افرادی که از نمایشگاه دیدن کرده اند به طور اتفاقی چند نفر را انتخاب می کند. با توجه به موضوع تحقیق مکان هایی که این نمونه گیری می تواند در آن صورت گیرد مانند ایستگاه اتوبوس، بازار، فروشگاه، بیمارستان و... می باشد. نکته قابل توجه این است که در نمونه گیری قضاوتی محقق افراد خاص را انتخاب می کند اما در نمونه گیری اتفاقی، هرچند محقق در مکان های خاصی قرار می گیرد، اما به طور اتفاقی افرادی را در آن مکان ها انتخاب می کند. نمونه گیری اتفاقی عمدتاً با مشاهده مشارکتی و آزمایشی توأم است و از طریق آن محقق همواره موضوعات و محیط هایی را که به آسانی قابل دسترسی باشند، مورد مطالعه قرار می دهد.

f) شبکه ای (گلوله برفی یا زنجیره ای): این روش در مقایسه با دیگر روش های ذکر شده چندان منظم نیست، کاربرد کمتری دارد و بیشتر در تحقیقات قوم نگاری مورد استفاده قرار می گیرد تا در مطالعات پیمایشی.

این فن شامل شناسایی برخی افراد مهم یک جمعیت و مصاحبه با آن ها است، سپس محقق به پیشنهاد این افراد برای مصاحبه به سراغ افراد دیگر می رود. در این روش هسته کوچک اصلی، با افزایش مرحله ای، رشد می کند و مانند گلوله برفی که با غلتیدن بر روی زمین بزرگ می شود، نمونه تحقیق نیز افزایش می یابد. این روش معمولاً زمانی مورد استفاده قرار می گیرد که چارچوب نمونه گیری وجود ندارد و از طرفی افراد نمونه نسبت به یکدیگر شناخت دارند. و میتوان اعضای پنهان را جامعه را پیدا کرد. به عنوان مثال فرض کنید می خواهیم به علل اعتیاد از دیدگاه معتادان بپردازیم. در این صورت با شناسایی تعدادی از معتادان که حاضر به مصاحبه هستند، از آن ها نام نشانی افراد دیگر را که می شناسند جویا شده و به این ترتیب به تعداد مورد نیاز نمونه تهیه کنیم. از این روش هنگامی استفاده می شود که اعضای گروه هدف به نوعی با یکدیگر در ارتباط بوده و دارای ویژگی های مشترک باشند. مزیت این روش در این است که محقق می تواند به بررسی کل شبکه بپردازد اما از طرف دیگر او تنها محدود به کسانی خواهد بود که در این شبکه مرتبط به هم قرار دارند.



**g) گروهی :** در این روش تنها با گروه های معینی تماس حاصل شده و اطلاعات لازم گرفته می شود. در این روش محقق براساس تجربه شخصی و یا تجارب مشابه دیگران، یک گروه اجتماعی را معرف جامعه ای که به آن تعلق دارند، می یابد و با آن ها مصاحبه می کند. گروه مورد مطالعه می تواند اعضای شورای اسلامی روستا ، ریش سفیدان و... باشند. نتایج این نمونه ها هرچند ممکن است معرف جامعه باشند، اما نمی توان با اطمینان آماری به جامعه مورد مطالعه تعمیم داد.

ارشد ۹۷

۴۲- انتخاب نمونه پژوهش، از طریق کدام روش نمونه گیری راحت تر است؟

- (۱) اتفاقی      (۲) تصادفی ساده      (۳) تصادفی خوشه ای      (۴) هدفمند

گزینه ۱ صحیح است



## ۲- نمونه گیری احتمالی

(a) تصادفی ساده : در این روش نمونه گیری واحدهای مورد انتخاب دارای شانس مساوی  $\frac{n}{N}$  برای انتخاب شدن هستند. که در آن  $n$  تعداد نمونه و  $N$  تعداد جامعه است در اینجا قوانین احتمال است که معین می کند کدام واحدها یا افراد از جامعه انتخاب شوند. انتخاب یا از طریق قرعه کشی است و یا از طریق استفاده از جدول اعداد تصادفی. در روش قرعه کشی ابتدا کلیه واحدها یا افراد شماره بندی شده و یا اسامی آنها تهیه می شود و سپس به قید قرعه از بین آنها تعداد لازم برای نمونه انتخاب می شود. این نمونه گیری معمولا به یکی از روشهای زیر انجام می شود

**الف) نمونه گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری :** در این روش نمونه انتخابی کنار گذاشته شده و حذف میشود یک ویژگی مهم نمونه گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری این است که احتمال استخراج هر واحد مشخص از جامعه در هر استخراجی مساوی با احتمال استخراج آن واحد مشخص در استخراج اول است .

**ب) نمونه گیری تصادفی ساده با جایگذاری:** اگر در انتخاب  $n$  واحد نمونه پس از انتخاب هر واحد آن را به جامعه بر گردانیم و انتخاب بعدی انجام دهیم نمونه گیری تصادفی ساده با جایگذاری می نامند در این روش انتخاب هر واحد مستقل از انتخاب واحدهای دیگر است. همچنین در این طرح نمونه گیری احتمال انتخاب مجدد و دوباره نمونه ها وجود دارد.

**(b) سیستماتیک (منظم) :** نمونه گیری سیستماتیک مشتمل بر گزینش واحدها به روشی سیستماتیک و در نتیجه به صورتی غیر تصادفی است. منظور از این فن نمونه گیری معمولا پخش کردن واحدها به طور یکنواخت بر روی چارچوب است عنصر تصادفی بودن اغلب به این ترتیب دخالت داده می شود که اولین واحد را به طور تصادفی انتخاب می کنند. در این صورت گزینش اولین واحد، بقیه واحدهای نمونه را معین می کنند. یعنی ابتدا  $I = \frac{N}{n}$  را بدست می آوریم سپس یک عدد بطور تصادفی کمتر از  $I$  را انتخاب میکنیم. سپس به اندازه  $I$  به نمونه انتخابی اضافه میکنیم تا تعداد  $n$  نمونه انتخاب شود. مثلا از ۱۰۰ نفر بخواهیم نمونه ۵ نفری انتخاب کنیم اول از ۱ تا ۱۰۰ افراد را شماره گذاری میکنیم سپس  $I = \frac{N}{n} = \frac{100}{5} = 20$  را محاسبه میکنیم آنگاه عددی بین ۰ و ۵ انتخاب میکنیم مثلا ۲ سپس ۲۰ تا ۲۰ تا جلو میرویم یعنی انتخابهای ما شماره های ۲-۲۲-۴۲-۸۲-۶۲ میشود.



**C ( طبقه بندی :** از این روش نمونه گیری در مواقعی استفاده میشود که ترکیب جامعه همگن نباشد و افراد دارای صفات غیر مشترکی باشند. در این روش نمونه گیری برای اجتناب از اشکالاتی که ممکن است در روش قبلی با آن مواجه شویم، افراد جامعه آماری را بسته به خصوصیات که آنها را از یکدیگر متمایز می سازد به طبقات مختلف تقسیم می کنیم. در نمونه گیری تصادفی طبقه ای، واحدهای جامعه مورد مطالعه در طبقه هایی که از نظر صفت متغیر همگن تر هستند، گروه بندی می شوند. به این ترتیب تغییرات در درون گروه ها حداقل می شود. **در نمونه گیری طبقه بندی تغییرات داخل طبقات کم و تغییرات بین طبقات زیاد است.** معمولاً برای طبقه بندی واحدهای جامعه، متغیری به عنوان ملاک در نظر گرفته می شود که با صفت متغیر مورد مطالعه بستگی داشته باشد. سپس به تعداد مورد نیاز و متناسب با جمعیت هر یک از طبقات افراد نمونه را انتخاب می کنیم. انتخاب افراد می تواند هم به روش تصادفی باشد و هم به روش تصادفی سیستماتیک. بنابر این این روش در جمعیت های نا همگن که توزیع جمعیت در گروه ها و طبقات مختلف متفاوت است،



استفاده میشود.

برای مثال به منظور بررسی نسبت قبول شدگان در مدارس تیز هوشان پایه ششم ابتدایی در شهر تهران و رابطه آن با محل جغرافیایی دبستان، می توان دبستان های شهر تهران را برحسب محل آن ها به پنج طبقه تقسیم کرد. طبقه اول دبستان های شمال غربی، طبقه دوم دبستان های شمال شرقی، طبقه سوم دبستان های مرکزی، طبقه چهارم دبستان های جنوب غربی و طبقه پنجم دبستان های جنوب شرقی. پس از آن از هر طبقه تعدادی دبستان به روش تصادفی ساده انتخاب می شود. در نمونه گیری طبقه ای حجم نمونه  $n$  را به شیوه های مختلف می توان میان طبقات تقسیم کرد. ساده ترین شیوه تقسیم مساوی تعداد نمونه میان طبقات است. سایر شیوه ها شامل انتساب بهینه و انتساب متناسب می باشند.

**(d)خوشه ای:** نمونه گیری خوشه ای یک نوع نمونه گیری تصادفی است در بسیاری از مواقع می توان با اجرای روش انتخاب تصادفی گروهها یا خوشه هایی از واحدهای نمونه گیری به جای گرفتن نمونه تصادفی ساده از کل جامعه است. یکی از مزیت های این طرح نمونه گیری این می باشد که در میزان هزینه به طور اساسی صرفه جویی صورت می پذیرد. نمونه گیری خوشه ای ما را از ساختن چارچوب برای تمامی جامعه بی نیاز می کند که این چارچوب خود اغلب یک کار پر خرج و خسته کننده ای است. به علاوه چون واحدهای یک خوشه ,مجاور هم هستند و بنابراین دسترسی به آنها آسان است, فرایند نمونه گیری خوشه ای بطور قابل توجهی به مقرون به صرفه است. و کاربرد آن در مواقعی است که **اگر جامعه دارای تجانس (همگن) کامل باشد** و توزیع جغرافیایی افراد یا جامعه مورد مطالعه پراکنده باشد و یا فهرست افراد در دسترس نباشد هزینه ها افزایش می یابد که با این روش در هزینه صرفه جویی میشود. **در نمونه گیری خوشه ای تغییرات داخل خوشه ها زیاد و تغییرات بین خوشه ها کم است.** برای مثال فرض کنید می خواهیم درآمد هر خانوار را در یک شهر بزرگ

برآورد کنیم، اگر از نمونه گیری تصادفی ساده استفاده کنیم نیاز به فهرست تمام خانوارهای شهر داریم. یافتن این چارچوب می تواند بسیار پرهزینه و یا غیرممکن باشد، استفاده از نمونه گیری طبقه ای نیز در چنین جامعه ای مستلزم داشتن فهرستی از خانوارها در هر طبقه می باشد. در این حالت می توانیم شهر را به نواحی معینی مانند بلوک ها (خوشه هایی از اعضا) تقسیم نماییم و یک نمونه تصادفی ساده را از بلوک های این جامعه انتخاب کرده و در آمد هر خانوار را در بلوک هایی که در نمونه واقع شده است اندازه بگیریم. این کار با استفاده از یک چارچوب که کلیه بلوک های شهر را فهرست نموده، به اجرا در می آید.

دلیل دیگری که استفاده از نمونه گیری خوشه ای را پیشنهاد می دهد جمع آوری داده ها با هزینه ی کمتر است. برای مثال فرض کنید فهرستی از خانوارهای شهر در دسترس است و می خواهیم نمونه ای به روش تصادفی ساده از خانوارهای مختلف که در سطح شهر پراکنده اند تهیه کنیم. هزینه ی مصاحبه با خانوارها با توجه به هزینه رفت و آمد پرسشگر و دیگر هزینه ها بالا است. یک روش کاهش هزینه های رفت و آمد استفاده از روش نمونه گیری خوشه ای می باشد زیرا افراد درون یک خوشه باید از نظر جغرافیایی به هم نزدیک باشند



## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

- ۴۸- پژوهشگری برای انجام یک پژوهش، شرکت کنندگانی را انتخاب می کند که به نحوی با یکدیگر پیوند داشته و پژوهشگر را به دیگر افراد همان جامعه راهنمایی می کند، وی از چه نوع روشی در انتخاب موارد بهره گرفته است؟
- (۱) گلوله برفی (snowball) (۲) در دسترس (convenience)  
(۳) موارد همگون (homogeneous) (۴) فرصت جویانه (opportunistic)

گزینه ۱ صحیح است

## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

- ۱۰۵- در کدام روش نمونه گیری، پژوهشگر به انتخاب مواردی می پردازد که موجب عمیق تر شدن تحلیل های اولیه می شود؟
- (۱) نمونه گیری براساس ملاک (criterion sampling)  
(۲) نمونه گیری نظریه - مدار (theory - based sampling)  
(۳) نمونه گیری تصادفی هدفمند (Random purposeful sampling)  
(۴) نمونه گیری از موارد تأیید یا عدم تأیید (confirming or disconfirming sampling)

گزینه ۴ صحیح است



## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۹۹- برای مطالعه میزان استعداد ریاضی در دانش‌آموزان پایه سوم ابتدایی استان تهران، کدام مورد برای نمونه‌گیری مناسب‌تر است؟

- (۱) طبقه‌ای
- (۲) خوشه‌ای
- (۳) نظام‌دار
- (۴) تصادفی ساده

گزینه ۲ صحیح است

## ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۱۰۰- کدام مورد، از محدودیت‌های خارج از کنترل پژوهشگر است؟

- (۱) تعیین سن آزمودنی‌ها
- (۲) مشخص کردن وسعت و دامنه پژوهش
- (۳) محدودیت‌های موجود در انتخاب نمونه
- (۴) محدودیت‌های موجود در خصوص تعداد افراد در گروه‌ها

گزینه ۳ صحیح است

## ارشد ۹۶

۴۷- در کدام روش نمونه‌گیری، افراد از فهرست اعضای جامعه انتخاب می‌شوند؟

- (۱) خوشه‌ای
- (۲) تصادفی ساده
- (۳) دردسترس
- (۴) هدفمند

گزینه ۲ صحیح است

## ارشد ۹۷

۴۲- انتخاب نمونه پژوهش، از طریق کدام روش نمونه‌گیری راحت‌تر است؟

- (۱) اتفاقی
- (۲) تصادفی ساده
- (۳) تصادفی خوشه‌ای
- (۴) هدفمند

گزینه ۱ صحیح است

## ارشد ۹۸

۴۳- اگر بخواهیم نمونه‌ای نسبتاً کوچک از جامعه‌ای بزرگ که شامل چند زیرگروه عمده است انتخاب کنیم، استفاده از

کدام روش نمونه‌گیری، هم معرف بودن نمونه و هم رعایت اصل انتخاب بر اساس احتمال برابر را تضمین می‌کند؟

- (۱) تصادفی منظم
- (۲) سهمیه‌ای
- (۳) خوشه‌ای چندمرحله‌ای
- (۴) تصادفی طبقه‌ای

گزینه ۴ صحیح است

کدام مورد در خصوص روش‌های نمونه‌گیری تصادفی، درست نیست؟

- (۱) نمونه‌گیری تصادفی خوشه‌ای مستلزم حجم نمونه بزرگ‌تری است.
- (۲) وقتی نمونه‌گیری از فهرست‌ها انجام می‌شود، روش نمونه‌گیری تصادفی منظم راحت‌تر است.
- (۳) استفاده از روش نمونه‌گیری تصادفی ساده، مستلزم دسترسی به چهارچوب نمونه‌گیری است.
- (۴) نمونه‌گیری تصادفی طبقه‌ای نسبی زمانی استفاده می‌شود که عناصر در جامعه از نظر جغرافیایی پراکنده هستند.

گزینه ۴ صحیح است

کدام یک از روش‌های نمونه‌گیری معمولاً به حجم نمونه بزرگتری نیاز دارد؟

- (۱) تصادفی منظم
- (۲) تصادفی ساده
- (۳) تصادفی خوشه‌ای
- (۴) تصادفی طبقه‌ای نسبی

گزینه ۳ صحیح است

اگر در یک جامعه پراکندگی از یک زیرمجموعه به زیرمجموعه دیگر خیلی تغییر نکند، ولی درون هر زیرمجموعه تغییرات زیاد باشد، کدام روش نمونه‌گیری مناسب است؟

- (۱) سهمیه‌ای
- (۲) خوشه‌ای
- (۳) طبقه‌ای
- (۴) منظم

گزینه ۲ صحیح است چون واریانس بین طبقات کم است



ارشد ۱۴۰۰

۶۳ کدام اثر را با متوازن سازی تقابلی می توان از بین برد؟

- (۱) چارچوب (۲) آماده سازی (۳) ترتیب (۴) متغیرهای آمیخته

گزینه ۳ صحیح است

ارشد ۱۴۰۰

۶۰- اگر بخواهیم از دانشجویان دوره کارشناسی یک دانشگاه نمونه برداری کنیم بهتر است از روش نمونه گیری طبقه ای استفاده کنیم، زیرا:

- (۱) اطلاعات در درون یک زیر مجموعه خیلی فرق می کند.  
(۲) اطلاعات از یک زیر مجموعه تا زیر مجموعه دیگر خیلی فرق می کند.  
(۳) تعداد افراد موجود در نمونه باید متناسب با تعداد طبقات باشد.  
(۴) تعداد دانشجویان سال اول تا سال چهارم تغییر می کند.

گزینه ۲ صحیح است



۴۷- کدام مورد در روش نمونه‌گیری تصادفی طبقه‌ای، باعث کاهش دقت نمونه‌گیری و میزان معرف بودن نمونه می‌شود؟

- (۱) طبقه‌های جامعه کاملاً مشخص و تعریف‌پذیر باشند.
- (۲) تغییرپذیری متغیرهای مورد مطالعه هر طبقه، بیشتر از کل جامعه باشد.
- (۳) نمونه‌هایی که از طبقات مختلف انتخاب می‌شود، مستقل از یکدیگر باشند.
- (۴) بین عوامل طبقه‌بندی‌کننده جامعه و متغیرهای مورد مطالعه ارتباط وجود داشته باشد.

گزینه ۲ صحیح است

۶۵- کدام مورد در خصوص روش نمونه‌گیری زنجیره‌ای درست است؟

- (۱) جزء روش‌های نمونه‌گیری تصادفی است.
- (۲) واحد نمونه‌گیری به جای هر عضو، گروهی از اعضای جامعه است.
- (۳) برای انتخاب نمونه از جامعه‌هایی که اعضای آن پنهان هستند، مفید است.
- (۴) زمانی به کار می‌رود که جامعه مورد مطالعه از بخش‌های متجانس تشکیل شده باشد.

گزینه ۳ صحیح است

# آمار و روش تحقیق

طرح های آزمایشی

مدرس : علی زارعی

## انواع طرحهای بین گروهی

طرح آزمایشی چارچوبی است که محقق با استفاده از آن در مورد رابطه متغیرهای مستقل و وابسته به نتایج معتبر به دست می آورد. که بر اساس نحوه کنترل، انتخاب و گمارش تصادفی به سه دسته تقسیم میشوند.

۱- طرح پیش آزمون      ۲- طرح آزمایش واقعی      ۳- طرح نیمه آزمایشی

۱- طرح پیش آزمون: این نوع طرح فاقد گمارش و جایگزینی تصادفی و گروه گواه است. که به چهار دسته تقسیم میشوند

نمادهای مورد استفاده

$T_1, O_1$ : پیش آزمون       $T_2, O_2$ : پس آزمون       $x, y$ : متغیر مستقل

الف) طرح پس آزمون با یک گروه (مطالعه موردی تک ضربه ای): این طرح یک طرح ضعیف و بدون کنترل است. ابتدا یک گروه آزمودنی در معرض متغیر مستقل قرار گرفته و سپس تاثیر آن بر متغیر وابسته مشاهده یا اندازه گیری میشود

$T_2$  - X : گروه آزمایش

یا

$O_2$  - X : گروه آزمایش

مانند تاثیر یک فیلم بر رفتار جوانان و نوجوانان که ابتدا فیلم به عنوان متغیر مستقل برای تعدادی از جوانان پخش شده سپس تاثیر آن را بر روی جوانان و نوجوانان بررسی میکنند با استفاده از این طرح امکان دستیابی به یک نتیجه دقیق و قابل دفاع وجود ندارد.



ب) طرح پیش آزمون-پس آزمون یک گروهی: در این طرح که حداقل یک کنترل دارد آزمودنی ها قبل از اجرای متغیر مستقل اندازه گیری میشوند (پیش آزمون) سپس متغیر مستقل X را انجام میدهند و تاثیر متغیر مستقل را اندازه گیری میکنند (پس آزمون) مانند مقایسه های زوجی که در آزمون فرض توضیح داده شد. مانند نمره افراد قبل از شرکت در کلاس و بعد از شرکت در کلاس درس یا وزن افراد قبل از رژیم غذایی و بعد از رژیم غذایی ضعف این روش اعتبار (روایی) درونی است. این روش در مواردی قابل قبول است که بتوان عوامل مزاحم را با درجه بالایی از اطمینان برآورد کرد یا فرض

کرد عوامل مزاحم وجود ندارد.

|       |   |       |
|-------|---|-------|
| $T_1$ | X | $T_2$ |
|-------|---|-------|

گروه آزمایش

یا

|       |   |       |
|-------|---|-------|
| $O_1$ | X | $O_2$ |
|-------|---|-------|

گروه آزمایش

آزمونهای مورد استفاده در این طرح در آزمون پارامتری وابسته استفاده میشود و در آمار ناپارامتر از خی دو-آزمون علامت و آزمون رتبه ای علامت یا ویلکاکسون جفت شده استفاده میشود.

پ) طرح مقایسهء گروه ایستا: در این طرح دو گروه آزمایش و گواه (کنترل) با یک پس آزمون با هم

مقایسه میشوند و متغیر مستقل تنها برای گروه آزمایش مورد استفاده قرار میگیرد

|       |   |   |             |
|-------|---|---|-------------|
| $T_2$ | X | - | گروه آزمایش |
| $T_2$ | - | - | گروه گواه   |

یا

|       |   |   |             |
|-------|---|---|-------------|
| $O_2$ | X | - | گروه آزمایش |
| $O_2$ | - | - | گروه گواه   |

اگر خط چین بین گروه گواه و آزمایش استفاده شود یعنی دو گروه به طور طبیعی شکل گرفته اند و به طور تصادفی انتخاب نشده اند. در آمار پارامتریک از  $t$  مستقل استفاده میکنیم چون دو گروه است و در آمار ناپارامتری از آزمون میانه یا  $U$  من ویتنی استفاده میشود.

(ت) طرح گروه گواه نامتعادل: این طرح متداولترین طرح شبه آزمایشی در پژوهش های تربیتی است و به گروه آزمایش و گواه (کنترل) تصادفی نیستند و هر گروه دارای پیش آزمون و پس آزمون هستند ویژگی خاص این طرح عدم تخصیص تصادفی آزمودنی ها در گروه و اجرای یک پیش آزمون و یک پس آزمون در همه گروهها خواهد بود .

|             |   |   |
|-------------|---|---|
| T           | X | T |
| گروه آزمایش |   |   |
| T           | X | T |
| گروه گواه   |   |   |

یا

|             |   |   |
|-------------|---|---|
| O           | X | O |
| گروه آزمایش |   |   |
| O           | X | O |
| گروه گواه   |   |   |

از تحلیل کواریانس در این طرح استفاده میشود تا احتمال این که تفاوت های گروهی در پس آزمون به جای برگرفتن از اثر عمل آزمایشی . از تفاوت موجود قبلی گروه ها ناشی شده باشد را کاهش دهد.

۲- طرح آزمایشی واقعی: در این طرح شرکت کنندگان به طور تصادفی در شرایط آزمایش قرار

میگیرند از این روش در مواردی از قبیل مطالعه اثر دو روش مختلف تدریس در یک درس خاص یا تاثیر یک برنامه تلویزیونی یا تاثیر روش ارزشیابی ... استفاده میشود طرح های آزمایشی واقعی به چهار دسته تقسیم بندی میشوند

الف) طرح پیش آزمون - پس آزمون با گروه گواه (آزمایش کلاسیک):

انتخاب شرکت کنندگان تصادفی است در این روش مقایسه پس آزمون بین دو گروه آزمایش و

گواه (کنترل) مورد نظر است. در این طرح افت آزمودنی امکان دارد کنترل نشود

R : انتخاب تصادفی       $R_E$  : گروه آزمایش       $R_c$  : گروه کنترل (گواه)

|                     |   |       |
|---------------------|---|-------|
| $T_1$               | X | $T_2$ |
| $R_E$ : گروه آزمایش |   |       |

|                   |   |       |
|-------------------|---|-------|
| $T_1$             | - | $T_2$ |
| $R_c$ : گروه گواه |   |       |

از آزمونهای پارامتریک t و تحلیل واریانس (ANOVA) و تحلیل کوواریانس (ANCOVA) و در آمار نا پارامتریک از U من ویتنی و میانه استفاده میشود.



## طرح گسترش یافته آزمایش کلاسیک

در این حالت نوع آزمایش مانند حالت قبل است با این تفاوت که تعداد گروه ها بیش از دو گروه است

$$R : T_1 \quad X \quad T_2$$

$$R : T_1 \quad X \quad T_2$$

$$R : T_1 \quad X \quad T_2$$

چون بیش از دو گروه است در آمار پارامتریک از تحلیل واریانس

یک طرفه استفاده میشود از تحلیل کوواریانس و تحلیل واریانس لیند کوئیست نیز استفاده میشود و در

آمار غیر پارامتریک از تجزیه و تحلیل واریانس یک طرفه کروسکال والیس استفاده میشود و واگر  $F$

معنادار شد از آزمونهای تعقیبی توکی یا لامن ویتنی استفاده میشود.

ب) طرح پس آزمون با گروه گواه (کنترل):

در مواقعی که پیش آزمون امکان پذیر نباشد استفاده میشود.

|                     |   |   |       |
|---------------------|---|---|-------|
| $R_E$ : گروه آزمایش | - | X | $T_2$ |
| $R_c$ : گروه گواه   | - | - | $T_2$ |

در آزمون پارامتریک از توزیع  $t$  برای میانگین پس آزمونها انجام میگیرد. و در حالت ناپارامتری از  $U$  من ویتنی یا آزمون میانه استفاده میشود و اگر همبستگی بین متغیر وابسته و متغیر مشابه کننده وجود داشته باشد میتوان از تحلیل کوواریانس استفاده کرد.

طرح گسترش یافته طرح پس آزمون با گروه کنترل: برای بیش از دو گروه که به صورت تصادفی جایگزین شده استفاده میشود. تفاوت این آزمون با طرح پس آزمون با گروه کنترل این است که تعداد گروهها بیشتر است.

$$R : - x_1 \quad T_2$$

$$R : - x_2 \quad T_2$$

$$R : - x_3 \quad T_2$$

در آزمون های ناپارامتری از از تحلیل واریانس یک طرفه کروسکال والیس استفاده میشود و اگر F معنی دار باشد از آزمونهای تعقیبی U من ویتنی نیومن کولز توکی و شفه استفاده میشود از آزمونهای خی دو نیز میتوان استفاده کرد

### پ) طرح چهار گروهی سولومن:

در این دو گروه آزمایش و دو گروه کنترل وجود دارد که بطور تصادفی انتخاب میشوند مزیت این روش این است که تغییرات متغیر وابسته به دلیل کنش متقابل پیش آزمون و متغیر مستقل است یا نه

$$R_{E1} : \begin{matrix} T_1 & X & T_2 \end{matrix}$$

آزمایش ۱

$$R_{c1} : \begin{matrix} T_1 & - & T_2 \end{matrix}$$

$$R_{E2} : \begin{matrix} - & X & T_2 \end{matrix}$$

$$R_{c2} : \begin{matrix} - & - & T_2 \end{matrix}$$

طرح ۴ گروهی سولومون می توان یک طرح  $2 \times 2$  در

نظر گرفت برای انجام آزمون ابتدا یک تحلیل

واریانس چند متغیره (MANOVA) انجام میدهیم

سپس از تحلیل واریانس یک متغیری (ANOVA) را

انجام میدهیم



## طرح گسترش یافته طرح چهار گروهی سولومون:

در این حالت از تعداد گروه ها آزمایشی بیشتری استفاده میشود.

|   |   |   |       |   |       |
|---|---|---|-------|---|-------|
| R | A | : | $T_1$ | X | $T_2$ |
| R | B | : | $T_1$ | - | $T_2$ |
| R | C | : | -     | X | $T_2$ |
| R | D | : | -     | - | $T_2$ |
| R | E | : | -     | X | $T_2$ |
| R | F | : | -     | - | $T_2$ |

برای انجام آزمون ابتدا یک تحلیل واریانس چند

متغیره (MANOVA) انجام میدهیم سپس از تحلیل

واریانس یک متغیری (ANOVA) را انجام میدهیم

ت) طرح عاملی :

وقتی بخواهیم تاثیر بیش از یک متغیر مستقل بر متغیر وابسته بررسی کنیم از طرح عاملی استفاده میشود  
مانند تاثیر روش تدریس و تجربه معلم را بر یادگیری یک درس خاص

|                 |          |   |          |   |
|-----------------|----------|---|----------|---|
| گروه آزمایشی ۱: | $R_{E1}$ | O | $x_1y_1$ | O |
| گروه آزمایشی ۲: | $R_{E2}$ | O | $x_1y_2$ | O |
| گروه آزمایشی ۳: | $R_{E3}$ | O | $x_2y_1$ | O |
| گروه آزمایشی ۴: | $R_{E4}$ | O | $x_2y_2$ | O |

جهت آزمونهای آماری معمولاً محاسبه آماره های مربوط به میانگین برای هر گروه انجام میشود سپس  
از تحلیل واریانس - تحلیل کوواریانس و تحلیل رگرسیون چند گانه استفاده میشود

### ۳- طرح های نیمه آزمایشی (شبه آزمایشی):

هدف از انجام این طرح یافتن رابطه علت و معلولی است وقتی امکان کنترل و دخل و تصرف در متغیرهای مورد مطالعه وجود نداشته باشد مانند تعیین کارایی سه روش تدریس یک درس به معلم اختیار انتخاب یکی از روشها داده شده باشد یا مطالعه بزهکاری استعمال دخانیات که امکان دخل و تصرف و کنترل وجود ندارد.

طرح های نیمه آزمایشی به چهار دسته تقسیم میشود

الف) طرح گروه کنترل نابرابر (طرح مقایسه گروه های نابرابر):

در این طرح آزمودنی ها به طور تصادفی جایگزین نمی شوند. در این طرح دو گروه قبل و بعد از اینکه تحت تاثیر متغیر مستقل قرار گیرند مقایسه میشوند. این طرح شبیه طرح پیش آزمون-پس آزمون با گروه کنترل است با این تفاوت که گروه کنترل نابرابر انتخاب آزمودنی ها و از جامعه و جایگزین شدن آنها به صورت تصادفی انجام نمی شود و آزمونهای آماری مانند طرح پیش آزمون - پس آزمون است

|       |   |       |
|-------|---|-------|
| $T_1$ | X | $T_2$ |
| $T_1$ | - | $T_2$ |

در روشهای پارامتریک از توزیع  $t$  و در ناپارامتری از  $u$  من ویتنی و آزمون میانه استفاده میشود.



**(ب) طرح سری زمانی :** این طرح یکی از مفیدترین طرح های نیمه آزمایشی است که از مدل

ARIMA در استفاده میشود. طرحهای سری زمانی سه نوع می باشد.

**(a) طرح سری زمانی با یک گروه:** در این ابتدا یک سری مشاهده در زمانهای مختلف ارزیابی های

مکرر بر روی آنها انجام شده سپس متغیر مستقل اعمال میشود و دوباره ارزیابی های مکرر انجام میشود

برای ارزیابی از مدلهای رگرسیونی استفاده میشود

|                   |   |                   |    |                   |   |                   |
|-------------------|---|-------------------|----|-------------------|---|-------------------|
| $T_1 T_2 T_3 T_4$ | X | $T_5 T_6 T_7 T_8$ | یا | $O_1 O_2 O_3 O_4$ | X | $O_5 O_6 O_7 O_8$ |
|-------------------|---|-------------------|----|-------------------|---|-------------------|

**(b) طرح سری زمانی با چند گروه :**

این طرح شبیه طرح سری زمانی با یک گروه است. که آزمایشهای مکرر انجام گرفته است

**(c) سری های زمانی چند گانه :** در این سری زمانی علاوه بر گروه آزمایش گروه گواه (کنترل) نیز

دارد و به علت اینکه در معرض تهدید عامل رخدادهای هم زمان با اجرای تحقیق می باشد.

|                   |   |                   |
|-------------------|---|-------------------|
| $O_1 O_2 O_3 O_4$ | X | $O_5 O_6 O_7 O_8$ |
| $O_1 O_2 O_3 O_4$ | - | $O_5 O_6 O_7 O_8$ |

پ) طرح چرخشی یا موازنه سازی متقابل : از این طرح زمانی استفاده می شود که جایگزینی آزمودنی ها امکان پذیر نباشد و گروه ها به صورت دست نخورده به کار برده شوند.

ت) طرح های تک آزمودنی یا درون گروهی:

در این طرح ها رفتار آزمودنی ها دست کم در دو شرط مختلف یا در دوره زمانی مختلف مقایسه میشوند. تمرکز این طرح بر یک زوج - خانواده - گروه - سازمان یا به طور کلی گروه های انسانی است

## انواع طرحهای تک آزمودنی

(a) طرح پایه ای AB: حرف A یعنی مراجعه کننده هیچ گونه خدمات یا درمانی دریافت نکرده و در تمام طرح این نشان ورود مراجعه کننده و خط پایه است و حرف B یعنی مراجعه کننده برخی خدمات درمانی را دریافت کرده است. طرح AB ساده ترین نوع طرح تک آزمودنی است. و پایه دیگر طرح ها است.

(b) طرح های بازگشتی: دو نوع طرح بازگشتی داریم (1) ABA (2) ABAB

ABA یعنی مراجع پس از ورودی با دریافت خدمات درمانی بدون درمان خارج میشود

ABAB یعنی مراجع دو بار درمان دریافت کرده

طرح های چند خط پایه ای: در این روش بیش از یک خط پایه در نظر گرفته میشود و برای مشکلات بیش از یک بعد مورد استفاده قرار میگیرد مثلاً رفتارهای فرد در موقعیتهای مختلف یا مراجعین مختلف که مشکلات مشابه دارند هر چه طرح خطوط پایه بیشتری داشته باشد روایی طرح بیشتر است.

### ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۴۴- در یک مطالعه تک آزمودنی (single subject)، ابتدا بدون هرگونه مداخله آزمایشی، رفتار آزمودنی مشاهده می‌شود سپس مداخله انجام شده و رفتار مشاهده می‌شود. پس از دو هفته و بدون هرگونه مداخله، رفتار آزمودنی مجدداً مورد مشاهده قرار می‌گیرد. طرح آزمایشی چه نامیده می‌شود؟

ABB (۲)

BAB (۱)

BAA (۴)

ABA (۳)

گزینه ۳ درست است

### ارشد ۹۵ علوم تربیتی

۳۹- در کدام طرح، می‌توان اثر پیش‌آزمون را در نتایج پژوهش ارزیابی نمود؟

(۱) طرح یک عاملی چهار سطحی

(۲) طرح چهارگروهی سولومن

(۳) طرح پس‌آزمون با گروه گواه

(۴) طرح پیش‌آزمون - پس‌آزمون با گروه گواه

گزینه ۲ صحیح است



ارشد ۹۶

۵۰- کدام مورد جزء اساسی طرح‌های آزمایشی واقعی نیست؟

- (۱) پیش‌آزمون
- (۲) پس‌آزمون
- (۳) جایگزینی تصادفی
- (۴) گروه کنترل

گزینه ۱ صحیح است

ارشد ۹۷

۴۱- در یک پژوهش آزمایشی ۴۰ دانشجو به‌طور تصادفی در ۴ گروه جایگزین شدند، در مورد دو گروه پیش‌آزمون اجرا شد، متغیر مستقل در مورد یک گروه که پیش‌آزمون در مورد آن‌ها اجرا شده بود و یک گروه که پیش‌آزمون در مورد آن‌ها اجرا نشده بود اعمال شد، سپس از هر چهار گروه پس‌آزمون گرفته شد. در این پژوهش از کدام طرح استفاده شده است؟

- (۱) گروه‌های ایستا
- (۲) سولومون
- (۳) سری‌های زمانی
- (۴) مربع لاتین

گزینه ۲ صحیح است

دکتری ۹۴

در طرح آزمایشی تک آزمودنی، طول مرحله خط پایه به کدام مورد بستگی دارد؟

- (۱) ثبات رفتار مورد مشاهده
- (۲) فراوانی رفتار مشاهده شده
- (۳) اثربخشی رفتار مشاهده شده
- (۴) نیرومندی رفتار مشاهده شده

گزینه ۱ صحیح است

۵۹- کدام مورد از محدودیت‌های طرح تک آزمودنی ABA است؟

- (۱) نیاز به اندازه‌گیری متعدد و چندگانه در مرحله خط پایه است.
- (۲) اثر ثابتی را از خط پایه به مرحله عمل آزمایشی نشان نمی‌دهد.
- (۳) عامل تاریخچه به عنوان عامل تهدیدکننده روایی درونی کنترل نمی‌شود.
- (۴) برخی از رفتارها هنگام حذف عمل آزمایشی به سطح خط پایه بر نمی‌گردند.

گزینه ۴ صحیح است

دکتری ۹۹

برای تحلیل داده‌های حاصل از کدام طرح می‌توان از آزمون آنوای دو عاملی آمیخته استفاده کرد؟

- (۱) مقایسه گروه‌های ایستا
- (۲) پس‌آزمون با گروه کنترل
- (۳) پیش‌آزمون و پس‌آزمون با گروه کنترل
- (۴) پیش‌آزمون و پس‌آزمون تک‌گروهی

گزینه ۳ صحیح است

ارشد ۱۴۰۰

۵۹- کدام مورد جزو ویژگی‌های طرح‌های پژوهشی شبه آزمایشی (Quasi Experimental) نیست؟

- (۱) متغیر مستقل دستکاری می‌شود.
- (۲) امکان جایگزینی تصادفی افراد وجود ندارد.
- (۳) طرح A-B-A-B جزء این طرح‌ها است.
- (۴) طرح تک گروهی یا پیش آزمون و پس آزمون جزو این طرح‌هاست.

گزینه ۴ صحیح است

ارشد ۹۸

۴۷- پژوهشگری قصد دارد تأثیر آموزش موسیقی بر اختلال یادگیری ریاضی دانش‌آموزان را بررسی کند. از آنجایی که

اختلال یادگیری ممکن است تحت تأثیر جنسیت قرار گیرد، نمونه پژوهش را فقط از بین دانش‌آموزان پسر انتخاب

می‌کند. پژوهشگر از کدام روش برای کنترل متغیر مزاحم استفاده کرده است؟

- (۱) هم‌سازی
- (۲) ثابت نگه‌داشتن
- (۳) موازنه‌سازی متقابل
- (۴) جایگزینی تصادفی گروه‌ها

گزینه ۲ صحیح است



### دکتری ۹۴

کدام طرح برای کنترل ترتیب اندازه‌گیری متغیر وابسته‌ای که در یک مطالعه چند بار اندازه‌گیری می‌شود، به کار می‌رود؟

(۱) مربع لاتین

(۳) بازگشتی

(۲) گروه‌های هم‌تا شده

(۴) چهارگروهی سولومن

### گزینه ۱ صحیح است

با استفاده از طرح مربع لاتین ترتیب ارائه متغیرهای آزمایشی به علت احتمال وجود اثرهای انتقالی مورد

توجه قرار می‌گیرد که میتوان با استفاده از طرح علاوه بر کاهش هزینه اثر ترتیب متغیرهای آزمایشی را

خشی کرد همچنین میتوان خطای احتمالی ناشی از متغیرهای وابسته که با همبسته هستند را کنترل کرد

### دکتری ۹۵

پژوهشگری به منظور بررسی اثربخشی آموزش مهارت‌های زندگی، بر کاهش ناسازگاری زوجین، ۱۵ زوج را انتخاب

و میزان ناسازگاری آنها را چهار مرحله قبل و چهار مرحله بعد از مداخله اندازه می‌گیرد. این مطالعه جزء کدام یک

از انواع پژوهش‌ها قرار می‌گیرد؟

(۱) طولی

(۲) شبه آزمایشی

(۳) تمام آزمایشی

(۴) پیش آزمایشی

### گزینه ۲ صحیح است



دکتری ۹۶

در طرح‌های تک آزمودنی کدام خط ترسیم شده در اندازه‌گیری خط پایه، ایدئال و مناسب‌تر است؟

(۱) با شیب صفر

(۲) با شیب مثبت

(۳) با شیب منفی

(۴) با اکت و خیز

گزینه ۱ صحیح است

دکتری ۹۷

یک معلم جغرافیا باید سه بخش نقشه‌خوانی، استفاده از قطب‌نما و سیستم طول – عرض را به دانش‌آموزان درس

دهد. اگر وی بخواهد بداند کدام ترتیب ارائه به بهترین نتیجه ختم می‌شود، استفاده از کدام طرح مناسب‌تر است؟

(۱) سولومون

(۲) دوگروهی پیش و پس‌آزمون

(۳) مربع لاتین

(۴) یک‌گروهی شبه آزمایشی

گزینه ۳ درست است

# آمار و روش تحقیق

روایی و پایایی

مدرس : علی زارعی

## روایی و پایایی

برای آنکه اطلاعات بدست آمده دارای دقت و کارایی لازم برای پژوهش را داشته باشند داده ها باید چهار ویژگی زیر را داشته باشند

۱- استاندارد بودن      ۲- روایی (اعتبار)      ۳- پایایی      ۴- عملی بودن

**۱- استاندارد بودن :** یعنی بین آنچه مورد آزمون است و جامعه انتخابی همگونی (تطابق) وجود داشته باشد. که در این صورت میتوان با میانگین نمره بدست آمده مقایسه و تفسیر کرد

**۲- روایی (اعتبار):** یعنی ابزار مورد استفاده تا چه اندازه برای سنجش مورد آزمون مناسب است و برای تحقیق از کارآیی لازم برخوردار است مفهوم اعتبار (روایی) به این سوال پاسخ می‌دهد که ابزار اندازه‌گیری تا چه حد خصیصه مورد نظر را می‌سنجد. بدون آگاهی از اعتبار ابزار اندازه‌گیری نمی‌توان به دقت داده‌های حاصل از آن اطمینان داشت. ابزار اندازه‌گیری ممکن است برای اندازه‌گیری یک خصیصه ویژه دارای اعتبار باشد، در حالی که برای سنجش همان خصیصه بر روی جامعه دیگر از هیچ گونه اعتباری برخوردار نباشد. برای مثال یک آزمون ریاضی ممکن است برای سنجش توانایی ریاضی دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی از اعتبار لازم برخوردار باشد اما برای سنجش توانایی ریاضی دانش‌آموزان پایه سوم راهنمایی فاقد اعتبار باشد. روش‌های متعددی برای تعیین اعتبار ابزار اندازه‌گیری وجود دارد که در این جا به اختصار در مورد هر یک توضیح داده خواهد شد هر چه واریانس بدست آمده در آزمون کوچکتر باشد اعتبار آزمون به یک نزدیکتر می‌شود.



**روشهای تعیین اعتبار** عبارتند از: ۱- روایی صوری ۲- روایی ملاک ۳- روایی سازه

۱- **روایی صوری (محتوا)**: در آزمونهای روانی در اولین مرحله ساخت آزمون به روایی محتوایی آن باید دقت کرد.

(روایی محتوایی) اعتبار محتوا Content validity (روشی برای ارزیابی روایی پرسشنامه مبتنی بر دیدگاه داوران و کارشناسان است. بطور کلی در این روش، پرسشنامه به تعداد از صاحب نظران ارائه شده و دیدگاه آنها پیرامون درستی پرسشنامه بررسی می شود. روایی محتوایی بیشتر با دو روش قابل انجام است

نسبت روایی محتوایی CVR

N: تعداد کل متخصصان      ne: تعداد نظر دهندگان

$$cvR = \frac{n_e - \frac{N}{2}}{\frac{N}{2}}$$

مثال: اگر در برای تعیین روایی یک پرسشنامه از بین ۱۰۰ متخصص ۶۰ متخصص نظر بدهند  
روایی محتوایی آن کدام است؟

۰/۱(۴

۰/۲(۳

۰/۳(۲

۰/۴(۱

$$cvR = \frac{n_e - \frac{N}{2}}{\frac{N}{2}} = \frac{60 - \frac{100}{2}}{\frac{100}{2}} = 0/2$$

گزینه ۳ صحیح است

## شاخص روایی محتوایی CVI

روایی محتوایی معمولاً برای بررسی اجزای تشکیل دهنده یک ابزار اندازه گیری به کار برده می شود. به عنوان مثال برای یک آزمون پیشرفت تحصیلی باید اعتبار محتوای آن را مورد نظر قرار داد. اعتبار محتوای یک ابزار اندازه گیری به سوال های تشکیل دهنده آن بستگی دارد. اگر سوال های ابزار معرف ویژگی ها و مهارت های ویژه ای باشد که پژوهشگر قصد اندازه گیری آن ها را داشته باشد، آزمون دارای اعتبار محتوا است. برای اطمینان از اعتبار محتوا، باید در موقع ساختن ابزار (مانند طراحی پرسشنامه) چنان عمل کرد که سوال های تشکیل دهنده ابزار معرف قسمت های محتوای انتخاب شده باشد. بنابراین اعتبار محتوا ویژگی ساختاری ابزار است که همزمان با تدوین آزمون در آن تنیده می شود. اعتبار محتوای یک آزمون معمولاً توسط افرادی متخصص در موضوع مورد مطالعه تعیین می شود. از این رو اعتبار محتوا به قضاوت داوران بستگی دارد

**۱-اعتبار پیش بین:** در اندازه گیری های روانی- تربیتی، اعتبار پیش بین عبارتست از بررسی رابطه نمره های آزمونی که برخی ویژگی ها را می سنجد و آن چه ادعای پیش بینی آن را دارد. اعتبار پیش بین می تواند به وسیله رابطه عملکرد در یک آزمون با آزمون ملاک رفتاری به دست آید. به عبارت دیگر ضریب همبستگی نمره های حاصل از اجرای آزمون با نمره های متغیر ملاک، نمایانگر اعتبار پیش بین است. برای مثال در یک تحقیق، ۹۰۰ مرد و زن به یک آزمون رغبت شغلی پاسخ گفته اند. آزمونی ها ۱۲ ساله بودند و در ۱۹ سالگی مجدد مورد بررسی قرار گرفتند. ۵۱ درصد به شغلی که در آزمون انتخاب کرده بودند اشتغال داشتند. این داده ها اعتبار پیش بین این ابزار را نشان می دهد.



**۲- اعتبار همزمان:** اعتبار همزمان در مواردی به کار می‌رود که داده‌های حاصله از دو اندازه‌گیری در یک زمان در دسترس باشد. در این گونه موارد عملکرد در یک آزمون به عملکرد در آزمون دیگر مرتبط می‌گردد. این فرایند اعتبار همزمان نامیده می‌شود. اعتبار همزمان در مواردی محاسبه می‌شود که هدف جانشین کردن یک ابزار اندازه‌گیری به جای ابزار دیگری باشد. این امر بیشتر به علت ملاحظات مربوط به سهولت اجرای آزمون یا جانشین کردن یک آزمون کوتاه‌تر به جای یک آزمون طویل‌تر است. در این مورد نیز ضریب همبستگی بین نمره‌های حاصل از اجرای آزمون با نمره‌های بدست آمده از اجرای آزمون دیگر یا اندازه‌های حاصل از اندازه‌گیری دیگری که همزمان به عمل آمده است به عنوان میزان اعتبار اندازه‌گیری به کار می‌رود.

## روایی سازه

اعتبار سازه یک ابزار اندازه گیری نمایانگر آن است که ابزار اندازه گیری تا چه اندازه یک سازه یا خصیصه ای را که مبنای نظری دارد می سنجد. در بررسی اعتبار سازه باید به تدوین فرضیه هایی درباره مفاهیم اندازه گیری شده، آزمودن این فرضیه ها و محاسبه همبستگی نتایج با اندازه گیری اولیه پرداخت. اگر ضریب همبستگی حاصله بالا باشد اعتبار سازه افزایش می یابد ولی اگر همبستگی معنی دار نباشد علت را می توان به عوامل زیر نسبت داد:

۱- جمع آوری داده ها با اشکال همراه بوده است

۲- پیش بینی و فرضیه ها غلط بوده است

۳- ابزار، خصیصه مورد نظر را اندازه گیری نمی کند

اگر چه فرایند برقراری اعتبار سازه امر بی انتهایی است ولی پژوهشگر یا سازنده آزمون می تواند اعتبار سازه یک آزمون را در موقعیت های خاص نشان دهد. از جمله شیوه هایی که برای تعیین اعتبار سازه به کار می رود موارد زیر است:

**تفاوت های گروهی:** اگر نظریه ای تفاوتی را بین گروهها (یا هیچ تفاوتی را) در نمرات آزمون پیش بینی کند، آزمونی که این تفاوت را نشان دهد (یا ندهد) دارای اعتبار سازه است. برای مثال پیش بینی می شود که کودکان و بزرگسالان در بلوغ اجتماعی با هم تفاوت دارند. بنابراین اگر آزمونی که برای اندازه گیری خصیصه بلوغ اجتماعی ساخته شده باشد، تفاوت معنی داری را بین کودکان و بزرگسالان نشان دهد دارای اعتبار سازه است.

**تغییرات:** چنانچه نظریه ای پیش بینی کند که خصیصه مورد اندازه گیری تحت تاثیر زمان یا مداخله آزمایشی قرار می گیرد، اگر نمرات آزمون این تاثیر را نشان دهد دارایی اعتبار سازه است. برای مثال اگر آزمونی مهارت های کلامی را می سنجد باید با افزایش سن آزمودنی ها نمرات افزایش یابد، یا اگر مداخله اجتماعی برای پرورش این مهارت ها صورت گرفته باشد نمرات پیش آزمون و پس آزمون باید تغییرات معنی داری را نشان دهد



## روایی یا اعتبار عاملی

اعتبار عاملی صورتی از اعتبار سازه است که از طریق تحلیل عاملی تاییدی به دست می آید. یک عامل، یک متغیر فرضی (سازه) است که نمرات مشاهده شده را در یک یا چند متغیر تحت تاثیر قرار می دهد. هر گاه تحلیل عاملی روی یک ماتریس همبستگی صورت گیرد آزمون هایی که تحت تاثیر عوامل خاصی قرار گرفته دارای بار عاملی بالا در آن عامل است.

## روایی همگرا

روایی همگرا Convergent Validity یک سنجه کمی است که میزان همبستگی درونی و همسویی گویه های سنجش یک مقوله را نشان می دهد. در واقع هر گاه یک یا چند خصیصه اندازه گیری شوند همبستگی بین این اندازه گیری ها دو شاخص مهم روایی را فراهم می سازد. اگر همبستگی بین بارهای عاملی بالا باشد، پرسشنامه دارای روایی همگرا می باشد. این همبستگی برای اطمینان از این که آزمون آنچه را که باید سنجیده شود می سنجد، ضروری است. برای روایی همگرا باید میانگین واریانس استخراج شده محاسبه می شود (AVE) و پایایی ترکیبی (CR).

$$AVE = \frac{\sum \lambda_i^2}{\sum \lambda_i^2 + \sum \text{var } e}$$

روایی همگرا میزان همبستگی بین هر عامل با سوالاتش است



## روایی واگرا

روایی واگرا Content Validity به همبستگی پایین گویه‌های یک متغیر پنهان با سایر متغیرهای پنهان اشاره دارد. براساس روش پیشنهادی فورنل و لارکر (۱۹۸۱) روایی واگرا وقتی در سطح قابل قبول است که میزان AVE برای هر سازه بیشتر از واریانس اشتراکی بین آن سازه و سازه‌های دیگر (یعنی مربع مقدار ضرایب همبستگی بین سازه‌ها) در مدل باشد. بر این اساس روایی واگرای قابل قبول یک مدل اندازه‌گیری حاکی از آن است که یک سازه در مدل تعامل بیشتری با شاخص‌های خود دارد تا با سازه‌های دیگر.

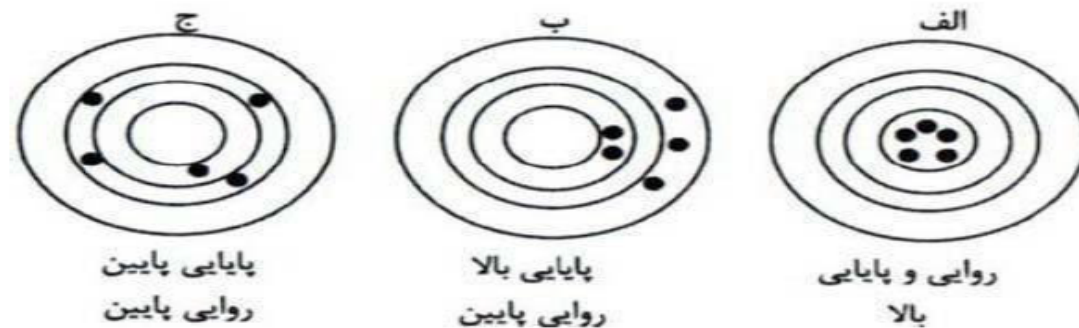
هر گاه یک یا چند خصیصه از طریق دو یا چند روش اندازه‌گیری شوند همبستگی بین این اندازه‌گیری‌ها دو شاخص مهم اعتبار را فراهم می‌آورد. اگر همبستگی بین نمرات آزمون‌هایی که خصیصه واحدی را اندازه‌گیری می‌کند بالا باشد، آزمون‌ها دارای اعتبار همگرا می‌باشد. چنانچه همبستگی بین آزمون‌هایی که خصیصه‌های متفاوتی را اندازه‌گیری می‌کند پایین باشد، آزمون‌ها دارای اعتبار تشخیصی یا واگرا است.

## عوامل موثر بر روایی آزمون

- ۱- کیفیت سوال های آزمون
- ۲- ترتیب قرار گرفتن سوال های آزمون
- ۳- طول آزمون یا تعداد سوالات
- ۴- اجرای نامناسب آزمون
- ۵- اشکالات تصحیح
- ۶- ترکیب آزمودنی ها از نظر توانایی مورد اندازه گیری
- ۷- ویژگی های روانی آزمون

## مفهوم پایایی (Reliability):

هر گاه گفته می شود ابزار گردآوری داده ها باید ویژگی پایایی را داشته باشند یعنی اگر در چند زمان مختلف در یک جمعیت از آن استفاده کنیم در نتیجه به دست آمده اختلاف چندانی مشاهده نشود. بسیار مهم است که بدانیم ابزار اندازه گیری در شرایط یکسان تا چه اندازه نتایج یکسانی به ما می دهند. برای اندازه گیری پایایی از شاخصی به نام ضریب پایایی استفاده می شود. دامنه ضریب پایایی از صفر تا +۱ است به این معنا که اگر ضریب صفر باشد عدم پایایی و اگر این ضریب یک باشد پایایی کامل را نشان می دهد. هرچند پایایی کامل به ندرت دیده می شود و اغلب در صورت مشاهده، به نتایج حاصل شک می کنند. روایی و پایایی سنجش ها، معیارهای ضروری برای تعیین دقت و صحت یک آزمون هستند. پایایی با خطای تصادفی در ارتباط است و روایی با خطای منظم، بنابراین هر چقدر که تعداد حجم نمونه بالا رود می تواند بر کاهش خطای تصادفی تاثیر گذاشته و پایایی ابزار افزایش یابد که این مساله بر دقت اندازه گیری موثر است.



## روش های سنجش پایایی:

(۱) **پایایی ارزیاب:** میزان توافق ارزیاب های مختلف در نمره گذاری یک مجموعه برگه آزمون را پایایی ارزیاب گویند.

## ۲-روش باز آزمایی (Test-Retest)

در این روش برای سنجش پایایی، سوالات آزمون در دو نوبت و تحت شرایط مشابه به یک گروه واحد داده می شود و نمرات حاصل با هم مقایسه می شوند.

در نهایت ضریب همبستگی بین نمرات حاصل از اجرای دو آزمون برآورده شده تا چگونگی شباهت امتیازات مشخص شود و بعنوان ضریب پایایی به کار رود. روش آزمون- باز آزمون فرض می کند که متغیرها یا مفاهیم مورد اندازه گیری و همچنین خصوصیات آزمون شوندگان در طول دوره تغییر نخواهند کرد.



### ۳- روش موازی یا آزمون های همتا (Equivalence)

در این روش، دو فرم جداگانه در مورد یک موضوع به یک گروه مشابه داده می شود که هر فرم شامل تعدادی از سوالات آزمون است. به عبارتی، دو آزمون معادل در مورد یک مفهوم یا متغیر به خصوص تهیه شده و در فاصله کوتاهی به یک گروه واحد داده می شود. ضریب همبستگی بین نمرات حاصل از این دو فرم برابر با پایایی فرم های متعادل است.

### ۴- روش های همسانی درونی:

الف) روش تصنیف یا دونیمه کردن آزمون (Split-half):

در این روش یک آزمون به دو نیمه تقسیم شده و رابطه همبستگی بین دو نیمه آزمون سنجیده می شود. و بهترین روش برای تعیین پایایی صفات با نوسانات زیاد است. این آزمون معمولا برای متغیرهای دو حالتی که کد صفر به پاسخ های غلط و کد یک به پاسخ های صحیح داده می شود به کار می رود. در این روش، محتوا و سختی سوالات باید با هم مشابه باشند و از آنجا که تعداد سوالات ابزار به دو قسمت تقسیم شده است می بایست روش ضریب همبستگی به کار رود.

روش اسپیرمن - براون با فرض همتا بودن بودن دو نیمه است

$$r_{2t} = \frac{2r_{\frac{11}{22}}}{1 + r_{\frac{11}{22}}}$$

$r_{\frac{11}{22}}$ : ضریب همبستگی بین نیمه های آزمون       $r_{2t}$ : ضریب پایایی کل آزمون

**مثال:** اگر ضریب بین نیمه های یک آزمون برابر ۰/۸ باشد ضریب پایایی کل آزمون چند است؟

۰/۹۲ (۴

۰/۶۶ (۳

۰/۷۵ (۲

۰/۸۸ (۱

$$r_{2t} = \frac{2r_{\frac{11}{22}}}{1 + r_{\frac{11}{22}}} = \frac{2 \times 0/8}{1 + 0/8} = \frac{1/6}{1/8} = 0/88$$

گزینه ۱ صحیح است

**ب) روش کودر-ریچاردسون (Kuder-Richardson):** این روش بسیار کلی است و از

روش دومین کردن مناسبتر است. این روش شامل دو آزمون است که آزمون های همگنی ( ثبات بین سوالات) هستند که نسبت پاسخ های صحیح به غلط را در هر سوال یا آزمون مد نظر قرار می دهند و برای آزمون هایی که پاسخ آن ها به شکل صحیح یا غلط بیان می شود مفید است. فرمول (کودر-

ریچاردسون ۲۰) KR20 به صورت زیر است هر چه تعداد سوالات در این روش بیشتر باشد ضریب

اعتبار آزمون بالاتر است یعنی ضریب همستگی با تعداد سوالات رابطه مستقیم دارد. مثلاً پاسخهای

درست را کد صفر و پاسخهای غلط را کد یک میدهیم

$$r_{20} = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\sum pq}{\sigma^2} \right)$$

P: نسبت پاسخهای صحیح      q=1-p: نسبت پاسخهای غلط      n: تعداد کل سوال های آزمون

$\sigma^2$ : واریانس سوالهای آزمون

در رابطه KR21 (کودر- ریچاردسون ۲۱) باید سطح دشواری سوالات یکسان باشد که در این صورت

$$r_{21} = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{\bar{x}(n-\bar{x})}{n\sigma^2} \right)$$

داریم

**مثال**

به تعدادی از دانشجویان آزمونی با ۵۰ سوال و سطح دشواری یکسان داده ایم میانگین نمرات ۴۰ و

واریانس کل ۲۵ بدست آمده است ضریب کودر- ریچاردسون کدام است؟

$$r_{21} = \frac{n}{n-1} \left( 1 - \frac{x(n-x)}{n\sigma^2} \right) \Rightarrow r_{21} = \frac{50}{50-1} \left( 1 - \frac{40 \times (50-40)}{50 \times 25} \right) = r_{21} = \frac{50}{49} \left( 1 - \frac{400}{50 \times 25} \right) = 0.69$$

گزینه ۳ صحیح است.



## روش آلفای کرونباخ (Cronbach Alpha)

کرونباخ در سال ۱۹۵۱ در دانشگاه استنفورد روش آماری ضریب آلفا را برای حل مشکل تعیین پایایی آزمون های چند سوالی ابداع کرد. روش پایایی آلفای کرونباخ معمول ترین ضریب پایایی ثبات داخلی است که در بیشتر مطالعات از آن استفاده می شود و معرف میزان تناسب گروهی از آیتم هایی است که یک سازه را می سنجد. این روش یکی از روش های سنجش پایایی است که فقط به انجام یک بار آزمون نیاز دارد تا برآوردی از پایایی آزمون را فراهم کند. در کل، ضریب پایایی آلفای کرونباخ زمانی مفید است که سوالات به صورت صحیح-غلط طرح نشده باشند و جهت سنجش ثبات درونی سوالات به کار می رود.

$$r_{\alpha} = \frac{i}{i-1} \left( 1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma^2} \right)$$

$\sigma^2$ : واریانس کل       $\sigma_i^2$ : واریانس نمرات هر بخش       $\sum \sigma_i^2$ : مجموع واریانس واریانس  
نمرات بخش

i: تعداد زیر مجموعه سوال های پرسشنامه یا آزمون

### مثال :

اگر یک آزمون دارای سه بخش باشد و هر بخش شامل تعدادی سوال باشد و واریانس نمرات به ترتیب ۱۵-۲۰-۴۰ باشد و واریانس کل ۱۰۰ باشد ضریب آلفای کرونباخ کدام است؟

۰/۳۷۵(۴)

۰/۵۲۴(۳)

۰/۶۵۸ (۲)

۰/۷۵(۱)

$$r_{\alpha} = \frac{i}{i-1} \left(1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma^2}\right) = \frac{3}{3-1} \left(1 - \frac{15+20+40}{100}\right) = 0/375$$

گزینه ۴ صحیح است

**نتیجه گیری:** لذا برای محققین و پژوهشگران بسیار مهم است که نتایج و آماری که ارائه می دهند در نتیجه ی استفاده از سنجش های پایا و قابل اعتماد بدست آید تا نتیجه بدست آمده ارزش و اعتبار بیشتری داشته باشد

**ضریب همبستگی دو رشته ای:** ضریب همبستگی دو رشته ای زمانی استفاده میشود که یکی از متغیرها پیوسته و متغیر دیگر دو ارزشی باشد

$$r_{pbis} = \frac{\mu_p - \mu_t}{s_t} \sqrt{\frac{p}{q}}$$

$\mu_p$ : میانگین پاسخهای صحیح       $\mu_q$ : میانگین پاسخهای غلط       $s_t$ : انحراف معیار )  
استاندارد) کل آزمودنیها

$p$ : نسبت پیروزی       $q$ : نسبت شکست

نکته اگر  $p=q$  باشد ضریب همبستگی بیشترین مقدار را دارد

### **تحلیل محتوا:**

تجزیه و تحلیل محتوا، یک روش تحقیق است که برای شناسایی الگوهای موجود در ارتباطات ضبط شده استفاده می شود. برای انجام تجزیه و تحلیل محتوا، شما باید داده ها را به طور منظم از مجموعه متون خاصی جمع آوری کنید که این داده ها می توانند به صورت نوشتاری، شفاهی یا تصویری باشند مانند: کتاب ، روزنامه و مجله و سخنرانی و مصاحبه و محتوای وب سایت و پست های شبکه های اجتماعی و عکس و فیلم

تجزیه و تحلیل محتوا هم می تواند کمی باشد (بر اساس آمار، ارقام و اندازه گیری) و هم می تواند کیفی باشد (با تمرکز بر روی تفسیر و درک متن). در هر دو حالت، شما کلمات، مضامین و مفاهیم را در متن، دسته بندی یا "کدگذاری" می کنید و در نهایت نتایج را تجزیه و تحلیل می کنید.

**تحلیل محتوی کمی:** برای تحقیق در مورد اهمیت مسائل مربوط به اشتغال در کارزارهای سیاسی، شما می توانید از سخنرانی های مربوط به بیکاری، شغل و کسب و کار استفاده کنید و بر روی آن ها تجزیه و تحلیل آماری انجام دهید تا در طول زمان تفاوت های میان کاندیدها را در بیاورید.

**تحلیل محتوی کیفی:** برای دستیابی به درک کیفی از موضوعات مربوط به عدم اشتغال در کارزارهای سیاسی، می توانید از کلمه "بیکاری" در صحبت ها استفاده کنید، کلمات یا اصطلاحات دیگری که می توانند بعد از آن ظاهر شوند را شناسایی کنید (برای مثال نابرابری، تنبلی یا اقتصاد)، و معانی این روابط را تحلیل کنید تا بتوانید اهداف و مقصود کمپین های مختلف را بهتر درک کنید.



## انواع تحلیل محتوا:

- ۱- تحلیل محتوا توصیفی: این روش تحلیل بعد از وقوع یک حادثه یا موضوع انجام میگیرد
  - ۲- تحلیل محتوا استنباطی: در این روش علاوه بر توصیف متن به نتیجه گیری در مورد آن می پردازد
  - ۳- تحلیل محتوا ارتباطی: علاوه بر سایر جنبه های ارتباطی از ارتباط کلامی و غیر کلامی نیز بهره میگیرد.
- پایایی تحلیل محتوا: پایایی تحلیل محتوا یعنی با تکرار اندازه گیری مطالب یا محتوای به نتایج مشابهی برسیم.
- پایایی بر اساس رابطه هولستی که برای داده های اسمی بکار میرود

M : تعداد توافق بین دو کد گذار       $N_1, N_2$  : تعداد کل موارد کد گذاری شده

$$\text{پایایی محتوا هولستی} = \frac{2M}{N_1 + N_2}$$

**مثال:** اگر دو کد گذار در مورد یک نمونه ۸۰ تایی قضاوت کنند و بین ۶۰ کد توافق داشته باشند ضریب پایایی را بدست آورید.

الف) ۰/۶۰

ب) ۰/۶۵

ج) ۰/۷۰

د) ۰/۷۵

$$\text{پایایی محتوا هولستی} = \frac{2M}{N_1 + N_2} = \frac{2 \times 60}{80 + 80} = 0/75$$

روش دوم توسط اسکات معرفی شد که بر اساس شاخص فی است که جهت رفع مشکل ناشی از اینکه چه میزان توافق کد گذاران به دلیل عامل تصادفی (شانس) بوده و چه میزان به مربوط به طبقات بوده .

$p_A$ : نسبت توافق مشاهده شده

$p_c$ : نسبت توافق مورد انتظار

$$\text{پایایی اسکات} = \frac{p_A - p_c}{1 - p_c}$$

روش سوم توسط کاپا مطرح شده که در مواردی استفاده میشود که بیش از دو کد گذار داشته باشیم.

M: تعداد کد گذاران

N: تعداد اهداف یا مواد کدگذاری

$$\text{پایایی کاپا} = \frac{P_A - p_c}{N \times M - p_c}$$

## عدم توافق کد گذاران از دیدگاه استمپل

- ۱- عدم تعرف طبقات به اندازه کافی
- ۲- عدم توافق کد گذاران در رسیدن به یک چارچوب
- ۳- سهل انگاری

### مقیاسهای اندازه گیری طرز فکرها

- ۱- **مقیاس لیکرت** : این مقیاس یک مقیاس فاصله ای است و از مجموعه های منظم با ترتیب خاصی ساخته میشود و برایمانند ارزشها و نگرش ها مسائل مختلف سیاسی - اجتماعی - اقتصادی - مذهبی - خانوادگی و برای سنجش توانایی - حساسیت - عقیده و باور و رضایت به کار می رود . که بعنوان مثال میانگین مقیاس نگرش سنج ۵ درجه ای از رابطه زیر بدست می آید:

$$M: \text{میانگین مقیاس} \quad k: \text{تعداد اظهار نظرها} \quad M = \frac{5k + k}{2}$$

به عنوان مثال اگر ۳۰ اظهار نظر داشته باشیم میانگین مقیاس نگرش سنج ۵ درجه ای می شود

$$M = \frac{5k + k}{2} = \frac{(5 \times 30) + 30}{2} = 90$$

- ۲- **مقیاس افتراق معنایی** : این مقیاس توسط آزگود و تانن بام طراحی شده روش کمی برای اندازه گیری معنایی مفاهیم نزد فرد است و عکس العمل افراد را نسبت به یک صفت را توصیف می کند. و به دو صورت در نظام عددی ۱ تا ۷ درجه ای و در نظام شمارشی ۳- تا ۳+ تعیین میشود
- ۳- **مقیاس گاتمن** : برای سنجش نگرش های تک بعدی استفاده میشود کاربرد آن در علوم سیاسی- جامعه شناسی - پژوهش های افکار سنجی و مردم شناسی می باشد
- ۴- **مقیاس فاصله اجتماعی بو گاردسن** : از این مقیاس جهت بررسی نگرش نسبت به گروه های قومی- نژادی , طبقات اجتماعی - گروه های مذهبی حرفه ای استفاده میشود
- ۱- **مقیاس فاصله یکسان نما** : برای اندازه گیری نگرش افراد نسبت به مفهوم سازه ای خاص استفاده میشود



۴۶- کدام مقیاس شامل مجموعه‌ای از گویه‌ها برای سنجش نگرش‌هایی است که یک بُعدی هستند؟

- |           |            |
|-----------|------------|
| (۱) آزگود | (۲) ترستون |
| (۳) لیکرت | (۴) گاتمن  |

گزینه ۴ صحیح است  
دکتری ۹۷

برای آن‌که در هم‌تاسازی دو گروه براساس هوش‌بهر، افراد دو گروه با توجه به سایر متغیرهای بالقوه نیز هم‌تا شوند کدام مورد لازم است؟

- (۱) هم‌تاسازی همراه با گمارش تصادفی
- (۲) هم‌تاسازی مبتنی بر هوش کلی
- (۳) هم‌تاسازی براساس انتخاب تصادفی افراد
- (۴) هم‌تاسازی براساس نمرات خرده مقیاس‌های آزمون هوش

گزینه ۱ صحیح است

## ارشد ۱۴۰۰

۵۸- در یک پژوهش آزمایشی که به منظور بررسی تأثیر روش تدریس مشارکتی بر انگیزه پیشرفت دانش آموزان انجام شده است، گروه آزمایش شامل ۱۵ دانش آموز با استعداد تحصیلی بالا و گروه کنترل شامل ۱۵ دانش آموز با استعداد تحصیلی پایین است، در این پژوهش کدام عامل تهدیدکننده اعتبار درونی کنترل نشده است؟

- (۱) گزینش (۲) پیش آزمون (۳) رشد (۴) تاریخچه

گزینه ۱ صحیح است

ارشد ۹۹

۵۶- براساس نتیجه یک پژوهش، درمان گروهی هیجان محور در کاهش نشانه های ۲۰ نفر از بیماران مبتلا به افسردگی مؤثر بوده است. این سؤال که آیا درمان گروهی هیجان محور برای سایر بیماران مشابه در زمان ها و مکان های دیگر نیز کارایی دارد، ناظر به کدام مورد است؟

- (۱) پیش بینی پذیری (۲) اعتبار بیرونی  
(۳) تعریف عملیاتی (۴) دقت اندازه گیری

گزینه ۲ صحیح است

- ۵۷- پژوهشگری قصد دارد نگرش والدین دانش‌آموزان نسبت به استفاده از کتاب‌های کمک آموزشی در مدارس را اندازه بگیرد. اگر این پژوهشگر به جای مصاحبه از پرسشنامه بسته - پاسخ استفاده کند، کدام مورد درست است؟
- (۱) تحلیل داده‌ها و اطلاعات جمع‌آوری شده دشوار و زمان‌بر می‌شود.
  - (۲) هزینه مالی و زمانی بیشتری را باید برای جمع‌آوری داده‌ها صرف کند.
  - (۳) می‌تواند نظرات تعداد بیشتری از والدین را با دقت بالا اندازه‌گیری کند.
  - (۴) می‌تواند نظرات والدینی که سواد خواندن و نوشتن ندارند را نیز بررسی کند.

گزینه ۳ صحیح است

دکتری ۹۹

- کدام مورد در خصوص ثابت نگه داشتن متغیر به‌عنوان یکی از روش‌های کنترل، درست است؟
- (۱) روایی درونی و بیرونی را افزایش می‌دهد.
  - (۲) روایی درونی و بیرونی را کاهش می‌دهد.
  - (۳) روایی درونی را افزایش اما روایی بیرونی را کاهش می‌دهد.
  - (۴) روایی درونی را کاهش اما روایی بیرونی را افزایش می‌دهد.

گزینه ۳ صحیح است



دکتری ۹۹

استفاده از کدام روش کنترل، بیشترین آسیب را به روایی بیرونی پژوهش وارد می‌کند؟

- (۱) تحلیل کواریانس
- (۲) هم‌تاسازی آزمودنی‌ها
- (۳) جایگزینی تصادفی آزمودنی‌ها
- (۴) ثابت نگه داشتن متغیرهای نامربوط

گزینه ۴ صحیح است

دکتری ۹۸

پژوهشگری در هنگام مطالعه یک پژوهش متوجه شد که به دلیل کنترل نشدن دو متغیر مهم، تفسیر نتایج آن مبهم است. کدام ویژگی این پژوهش باید بهبود یابد؟

- (۱) روایی درونی
- (۲) پایایی ابزار اندازه‌گیری
- (۳) تعمیم‌پذیری نتایج
- (۴) تقدم زمانی مبهم

گزینه ۱ صحیح است



بهترین روش برای تعیین پایایی یک آزمون کدام است؟

- (۱) باز آزمایی
- (۲) آلفای کرونباخ
- (۳) دو نیمه کردن
- (۴) فرم‌های موازی با فاصله زمانی

گزینه ۴ صحیح است

کدام مورد درباره‌ی طرح‌های آزمایشی تک آزمودنی درست نیست؟

- (۱) روایی بیرونی بالایی دارد.
- (۲) روایی درونی بالایی دارد.
- (۳) برای بررسی رفتارهای قابل مشاهده و اندازه‌گیری مناسب است.
- (۴) یک نفر را هم در شرایط آزمایشی هم در شرایط گواه مورد بررسی قرار می‌دهند.

گزینه ۱ صحیح است

دکتری ۹۶

اگر در مطالعه آزمایشی، اثر مثبت متغیر مستقلی بر عزت نفس تأیید شود، این سؤال که آیا بر خودکارآمدی نیز اثر مثبتی خواهد داشت، در حیطه کدام روایی مطرح می‌شود؟

(۱) تغییر عمل آزمایش (treatment variation validity)

(۲) درونی (internal validity)

(۳) زمانی (temporal validity)

(۴) نتیجه (outcome validity)

گزینه ۴ صحیح است

دکتری ۹۵

پژوهشگری در تلاش است تا با توصیف دقیق زمینه در حال تغییر پژوهش، خوانندگان متقاعد شوند که با توجه به فرایند طی شده در مطالعه، یافته‌ها از قابلیت اطمینان برخوردارند؛ این اقدام معادل کدام یک از ملاک‌های فنی پژوهش کمی است؟

(۲) روایی درونی (internal validity)

(۱) عینیت (objectivity)

(۴) اعتبار (reliability)

(۳) روایی بیرونی (external validity)

گزینه ۴ صحیح است

دکتری ۹۴

ملاک‌های ارزشیابی طرح تحقیق کمی کدام است؟

- (۱) پایایی و اعتبار (reliability and validity)
- (۲) اعتبارهای درونی و بیرونی (internal and external validity)
- (۳) دقت و حساسیت اندازه‌گیری (precision and sensitivity)
- (۴) کیفیت نظریه و تصادفی بودن نمونه (quality of theory and random sampling)

گزینه ۲ صحیح است

دکتری ۹۰

پایین بودن واریانس ارزیابی بین داوران حاکی از کدام ویژگی است

- (۱) روایی نزدیک به صفر
- (۲) روایی نزدیک به یک
- (۳) اعتبار نزدیک به صفر
- (۴) اعتبار نزدیک به یک

گزینه ۴ صحیح است

دکتری ۹۶

عبارت «پژوهشگر باید بیانات نظری خود درباره مفاهیم را به فعالیت‌های قابل تشخیص و قابل تکرار تبدیل کند» بیانگر کدام مورد است؟

(۱) پایایی

(۳) تعریف عملیاتی

(۲) روایی

(۴) قانون

گزینه ۳ صحیح است

دکتری ۹۹

پژوهشگری برای اندازه‌گیری نگرش دانشجویان نسبت به اطلاعات و اخبار شبکه‌های مجازی، ۲۰ جفت صفت متضاد (مثل با ارزش - بی‌ارزش) را انتخاب کرد و براساس آن‌ها یک پرسشنامه ۲۰ سؤالی طراحی کرد. پژوهشگر از کدام مقیاس برای طراحی پرسشنامه استفاده کرده است؟

(۱) لیکرت

(۲) گاتمن

(۳) ترستون

(۴) افتراق معنایی

گزینه ۴ صحیح است



ارشد ۱۴۰۱

۴۴- کدام مورد در خصوص کنترل در پژوهش آزمایشی، درست نیست؟

(۱) انتخاب آزمون آماری، از روش‌های اعمال کنترل است.

(۲) موجب به حداقل رسیدن تأثیر متغیرهای مزاحم در پژوهش می‌شود.

(۳) اثر انتخاب افتراقی و تاریخچه، به‌عنوان تهدیدکننده‌های روایی بیرونی باید کنترل شوند.

(۴) اثر عوامل رشد، ابزار اندازه‌گیری و افت، به‌عنوان تهدیدکننده‌های روایی درونی باید کنترل شوند.

گزینه ۳ صحیح است